

پاسخ تشریحی مکانیک جامدات کنکور دکتری ۹۴، ۹۵ و ۹۶

مسعود حسین زاده اصل

۹۶/۱/۲۵

فهرست مطالب

| | |
|-------------------------------------|----|
| ۱- مقدمه..... | ۲ |
| ۲- پاسخ تشریحی سوالات دکتری ۹۴..... | ۳ |
| ۳- پاسخ تشریحی دکتری ۹۵..... | ۱۹ |
| ۴- پاسخ تشریحی دکتری ۹۶..... | ۳۲ |

با توجه به تشابه سوالات مکانیک جامدات مربوط به کنکور ارشد و دکتری، سوالات کنکور دکتری می تواند منبع مناسبی برای داوطلبان شرکت در کنکور ارشد باشد. به همین جهت پاسخ تشریحی سه سال اخیر کنکور دکتری را در این نوشتار آماده کرده ام تا مورد استفاده قرار گیرد.

جزوات مقاومت و تحلیل اینجانب را می توانید از سایت بنده به رایگان دانلود نمایید:

www.hoseinzadeh.net

این جزوات بروز نشده اند (مربوط به دو سال پیش می باشند) ولی در آینده نزدیک ویرایش جدید آنها در سایت قرار خواهد گرفت (از طریق کانال تلگرام اطلاع رسانی خواهد شد).

لینک عضویت در کانال تلگرام:

✓ در صورتی که در حل سوالات به اشتباهی برخوردید، ممنون می شوم که از طریق کانال تلگرام و یا ایمیل زیر اطلاع دهید تا اصلاح کنم.

حسین زاده اصل

hoseinzadeh.m@gmail.com

www.hoseinzadeh.net

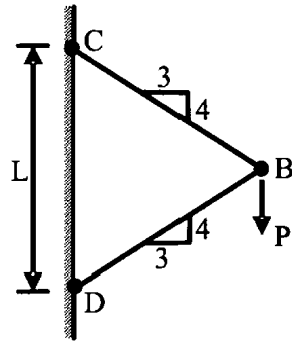
@hoseinzadehasl

ارسال مطلب از طریق کانال تلگرام:

@mhoseinzadehasl

۱۳۹۶/۲/۲۵

۱- نیروی P در نقطه B بر دو میله با سطح مقطع یکنواخت و برابر A وارد می‌شود. تغییر مکان عمودی نقطه B کدام است؟ (E مدول ارتجاعی میله‌ها می‌باشد.)

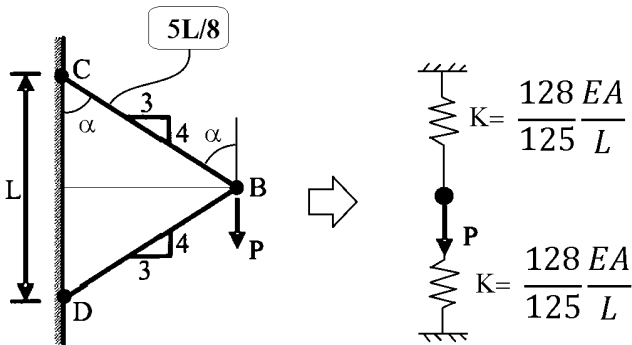


- (۱) $\frac{PL}{AE}$
- (۲) $\frac{PL}{AE}$
- (۳) $\frac{PL}{AE}$
- (۴) $\frac{PL}{AE}$

یکی از میله‌ها در فشار خواهد بود و دیگری در کشش خواهد بود. با توجه به تقارن و نقطه B تنها حرکت قائم خواهد داشت. بنابراین می‌توان میله‌های مایل را با فنر معادل سازی کرد:

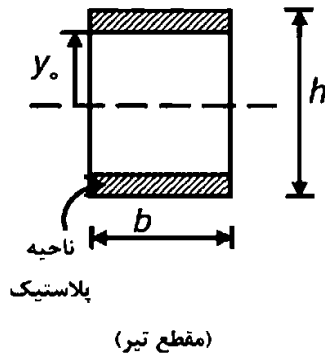
$$K = \frac{EA}{L} \times \cos^2 \alpha = \frac{EA}{\frac{5L}{8}} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{128 EA}{125 L}$$

$$\Delta = \frac{P}{2K} = \frac{P}{\left(\frac{256EA}{125L}\right)} = \frac{125PL}{256EA} = 0.488 \frac{PL}{EA}$$



• نکته: این مساله به راحتی با روش کار مجازی نیز قابل حل است.

۲- اگر بخشی از مقطع یک تیر تحت اثر ممان خمشی پلاستیک شده و رفتار ماده مورد مصرف، الاستیک کاملاً پلاستیک و تنش تسلیم آن برابر σ_y باشد، ممان وارده در این مقطع تیر کدام است؟



$$\sigma_y b \frac{h^2}{4} \quad (1)$$

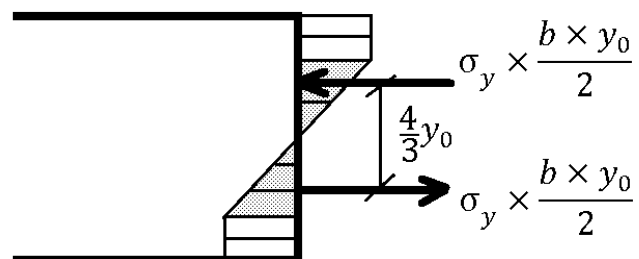
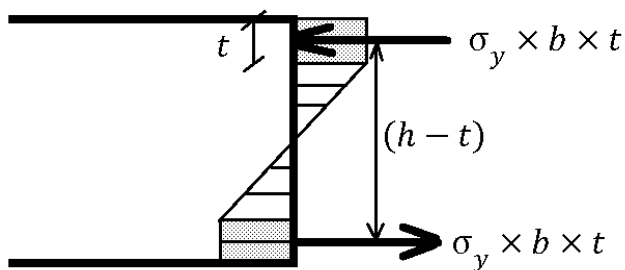
$$\sigma_y b \frac{h^2}{6} \quad (2)$$

$$\sigma_y b \left(\frac{h^2}{4} - \frac{y_0^2}{3} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_y b \left(\frac{h^2}{6} - \frac{y_0^2}{4} \right) \quad (4)$$

گزینه ۳

$$\begin{aligned} M &= (\sigma_y \times b \times t)(h-t) + \left(\sigma_y \times \frac{b \times y_0}{2} \right) \left(\frac{4}{3} y_0 \right) = \sigma_y b \left(ht - t^2 + \frac{2y_0^2}{3} \right) \\ &\xrightarrow{t = \frac{h}{2} - y_0} = \sigma_y b \left(h \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) - \left(\frac{h}{2} - y_0 \right)^2 + \frac{2y_0^2}{3} \right) \\ &= \sigma_y b \left(\frac{h^2}{4} - \frac{y_0^2}{3} \right) \end{aligned}$$



۳- شرط لازم برای اینکه معادله اساسی خمشی $\sigma = \frac{-My}{I}$ برای یک مقطع نامتقارن تحت ممان خمشی

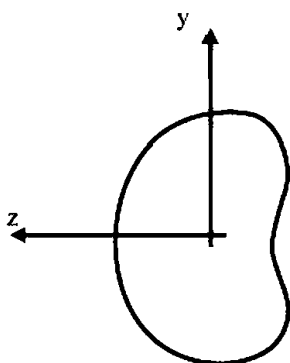
$M = M_z$ مطابق شکل برقرار باشد چه است؟

(۱) ممان خمشی M_y و یا حاصلضرب اینرسی I_{yz} برابر صفر باشد.

(۲) حاصلضرب اینرسی I_{yz} مخالف صفر باشد.

(۳) ممان خمشی M_y مخالف صفر باشد.

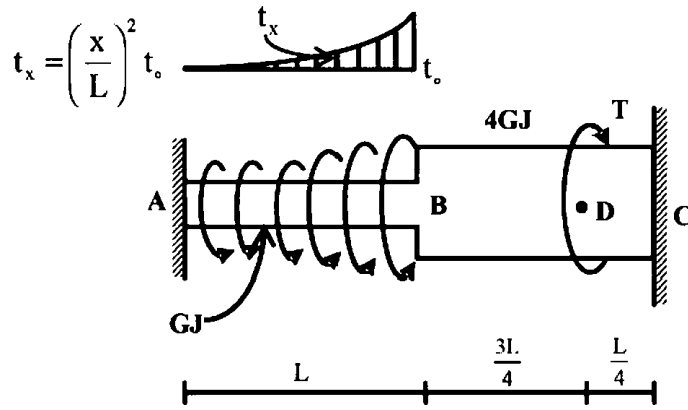
(۴) هیچگونه شرطی نیاز نمی باشد.



گزینه ۱

۴- عضو ABC تحت بارگذاری پیچشی مطابق شکل قرار می‌گیرد. مقدار T را طوری تعیین کنید که

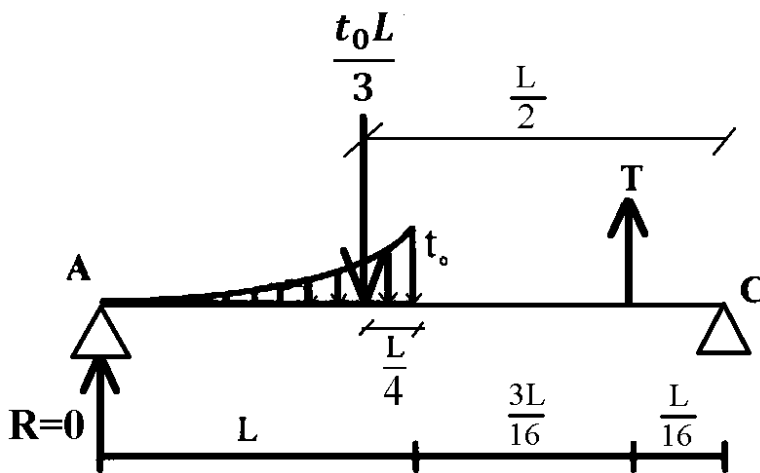
عکس‌العمل A صفر شود؟



- (۱) $\frac{Lt_0}{3}$
- (۲) $\frac{2Lt_0}{3}$
- (۳) $\frac{Lt_0}{4}$
- (۴) $\frac{Lt_0}{5}$

گزینه؟

$$\sum M_C = 0 \rightarrow \frac{t_0 L}{3} \times \frac{L}{2} - T \times \frac{L}{16} = 0 \rightarrow T = \frac{8}{3} t_0 L$$



۵- در سازه‌ی متقارن زیر، نیروی P در وسط یک صفحه‌ی صلب که بر روی سه تکیه‌گاه الاستیک قائم قرار دارد وارد می‌شود. هر سه تکیه‌گاه از مصالح یکسان ساخته شده و سطح مقطع مشابهی دارند و فقط تکیه‌گاه وسط به اندازه‌ی δ_0 کوتاهتر از L است. اگر $\delta_0 > \frac{\sigma_{all} L}{E}$ باشد، حداکثر نیروی مجاز P چه قدر است؟

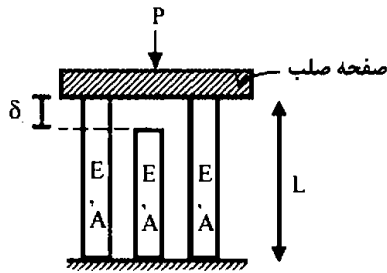
(σ_{all} تنش مجاز مصالح است)

$$2\sigma_{all}A \quad (1)$$

$$3\sigma_{all}A \quad (2)$$

$$\left[3\sigma_{all} - \frac{\delta_0 E}{L}\right]A \quad (3)$$

$$3\left[\sigma_{all} - \frac{\delta_0 E}{L}\right]A \quad (4)$$



گزینه ۱

میله وسط نیرویی احساس نخواهد کرد. چون قبل از رسیدن صفحه صلب به میله وسط، میله‌های کناری از حد تنش مجاز رد خواهند شد و مجاز به ادامه بارگذاری نخواهیم بود. در مرحله اول نیرو بین دو میله کناری به صورت مساوی تقسیم می‌شود. حداکثر نیروی مجاز میله برابر است با:

$$F_{all} = \sigma_{all}A$$

بنابراین δ مجاز میله برابر است با:

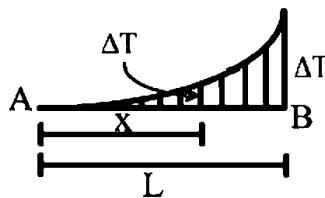
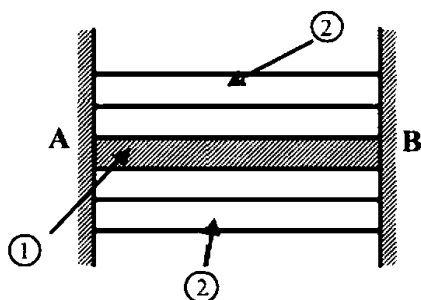
$$\delta_{all} = \frac{F_{all}L}{EA} = \frac{\sigma_{all}L}{E}$$

مقدار δ در شکل بیش از حد مجاز است و بنابراین کل نیرو را دو میله به تنهایی تحمل خواهند کرد. با توجه به اینکه نیروی مجاز هر میله برابر $F_{all} = \sigma_{all}A$ می‌باشد، مقاومت کل سیستم برابر $2\sigma_{all}A$ خواهد بود.

۶- مقطع مرکبی شامل هسته ۱ و پوسته ۲ به طول L بین دو تکیه‌گاه صلب قرار گرفته و به صورت غیر یکنواخت تحت گرادیان حرارتی ΔT قرار می‌گیرد به طوری که در فاصله x از انتهای A افزایش حرارت با

رابطه $\Delta T = \Delta T_1 \cdot \frac{x^2}{L^2}$ بیان می‌شود. چنانچه روابط زیر برای مشخصات پایه دو جزء فرض شود نسبت تنش

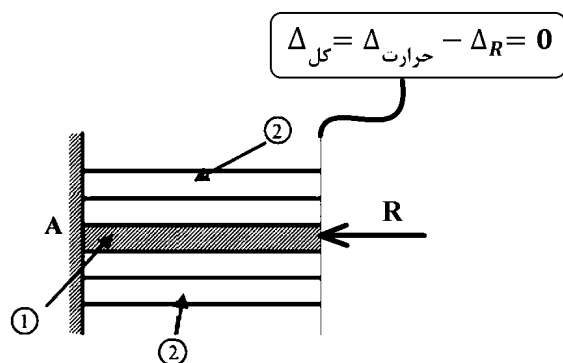
$$E_2 = E_1, A_2 = \frac{1}{4} A_1, \alpha_2 = 2\alpha_1 \text{؟ کدام است؟ } \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$



- ۱/۴ (۱)
- ۱/۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

گزینه ۲

تغییر طول هر دو میله باید صفر باشد:



برای مثال در میله ۱ (هسته) داریم:

$$\Delta_{\text{حرارت-هسته}} = \int_0^L \alpha_1 T \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{\alpha_1 T L}{3}$$

$$\Delta_{R\text{-هسته}} = \frac{R_1 L}{E_1 A_1}$$

در این روابط R_1 نیروی وارد بر هسته و R_2 نیروی وارد بر پوسته می باشد:

$$\Delta_{\text{کل}} = \Delta_{\text{هسته حرارت}} - \Delta_{R\text{-هسته}} = \left(\frac{\alpha_1 T L}{3} \right) - \left(\frac{R_1 L}{E_1 A_1} \right) = 0 \rightarrow R_1 = \frac{\alpha_1 T E_1 A_1}{3}$$

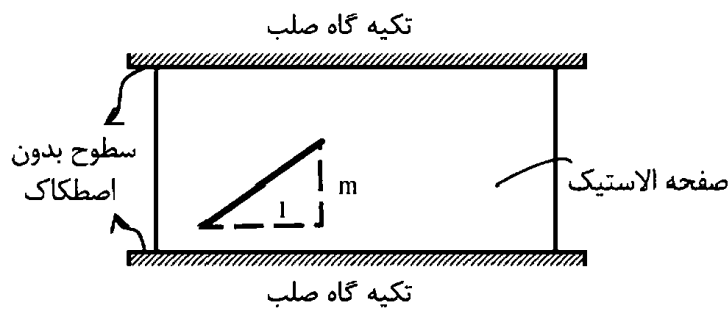
به همین ترتیب در میله ۲ (پوسته) نیز داریم:

$$R_2 = \frac{\alpha_2 T E_2 A_2}{3}$$

نسبت تنشها برابر است با:

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \frac{R_1}{A_1} = \frac{\alpha_1 T E_1}{3} \\ \sigma_2 = \frac{R_2}{A_2} = \frac{\alpha_1 T E_2}{3} \end{cases} \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\alpha_1 E_1}{\alpha_2 E_2} = \frac{1}{2}$$

۷- صفحه نازکی از ماده‌ی الاستیک طبق شکل بین سطوح بدون اصطکاک دو تکیه‌گاه صلب قرار گرفته است. در دمای T_0 صفحه بدون تنش است و خطی به شیب m بر روی آن علامت زده می‌شود. کدام مورد به شیب خط پس از افزایش دمای ΔT در صفحه نزدیک‌تر است؟ (ضریب پواسون صفحه ν و $\alpha\Delta T \ll 1$)



(۱) $m[1 + \alpha\Delta T]$

(۲) $m[1 - \alpha\Delta T]$

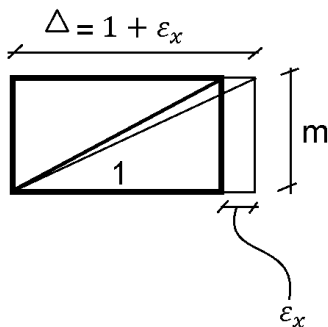
(۳) $m[1 + (1 + \nu)\alpha\Delta T]$

(۴) $m[1 - (1 + \nu)\alpha\Delta T]$

ابتدا باید عکس العمل‌های تکیه‌گاهی (در اینجا عکس العمل‌ها از جنس σ_y هستند) را بیابیم حرارت موجب انبساط می‌شود ولی تکیه‌گاه‌های قائم مانع از افزایش طول در راستای y می‌شوند:

$$\varepsilon_y = 0 \rightarrow \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} + \alpha T = 0 \rightarrow \sigma_y = -\alpha T E$$

در راستای افقی تکیه‌گاهی نداریم و σ_x صفر است.



$$\varepsilon_x = +\alpha T - \nu \frac{\sigma_y}{E} = \alpha T + \nu \frac{E\alpha T}{E} = \alpha T(1 + \nu) \rightarrow \Delta = 1 + \varepsilon_x = 1 + \alpha T(1 + \nu)$$

بنابراین شیب جدید برابر است با:

$$\frac{m}{\Delta} = \frac{m}{1 + \alpha T(1 + \nu)} = m(1 - \alpha T(1 + \nu))$$

۸- ظرفی استوانه‌ای با مقطع دایره با شعاع خارجی یک متر توسط تسمه‌های فولادی با سطح مقطع پنجاه میلیمتر مربع (عرض ۲۵ و ضخامت دو میلیمتر) به طور محکم دور پیچ شده است. اگر بر اثر فشار داخلی قطر خارجی ظرف به اندازه یک میلیمتر افزایش یابد، افزایش نیرو در هر تسمه بر حسب kN حدوداً چقدر است؟ مدول ارتجاعی فولاد $E = 200 GPa$ می‌باشد.

(۱) ۲٫۵

(۲) ۵

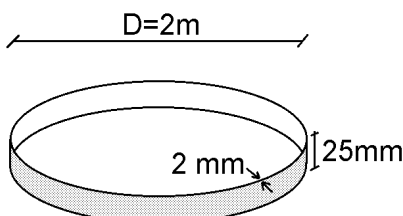
(۳) ۱۰

(۴) ۲۰

گزینه ۲

$$\Delta = \pi(D + 1) - \pi D = 1\pi \rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta}{L} = \frac{1\pi}{\pi D} = 0.0005$$

$$\rightarrow F = \sigma A = \varepsilon EA = 0.0005 \times 200 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-6} = 5 kN$$



۹- میدان تانسور در نقطه‌ای به صورت $(MPa) \times 10^2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ داده شده است. بردار تنش بر روی

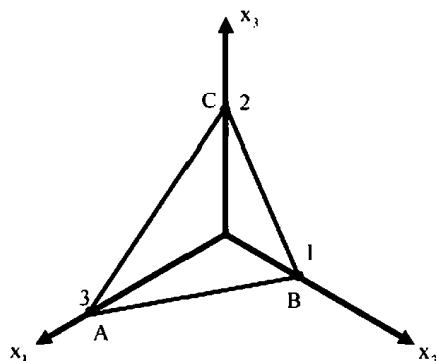
صفحه‌ای که از سه نقطه $A(2, 0, 0)$ ، $B(0, 1, 0)$ ، $C(0, 0, 2)$ می‌گذرد، کدام است؟

$$(1) \quad 14/6(\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3)$$

$$(2) \quad 28/6(3\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2 + 17\bar{e}_3)$$

$$(3) \quad 14/6(2\bar{e}_1 + 6\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3)$$

$$(4) \quad 28/6(3\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3)$$



گزینه ؟

اگر "تانسور تنش" به "برداری یکه نرمال یک سطح" ضرب شود، حاصل برداری خواهد بود که نشان دهنده بردار تنش بر روی آن سطح خواهد بود.

یافتن بردار یکه نرمال سطح:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1 \quad \rightarrow \quad 2x + 6y + 3z = 6$$

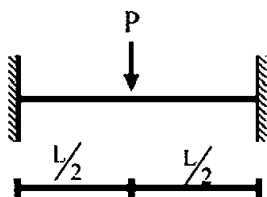
$$\sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2} = 7$$

$$n = \frac{2}{7}i + \frac{6}{7}j + \frac{3}{7}k$$

بردار تنش:

$$10^2 \times \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/7 \\ 6/7 \\ 3/7 \end{bmatrix} = 100 \begin{bmatrix} \frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7} \\ \frac{12}{7} + \frac{12}{7} = \frac{24}{7} \\ \frac{4}{7} + \frac{24}{7} + \frac{6}{7} = \frac{34}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 142.85 \\ 342.85 \\ 485 \end{bmatrix}$$

۱۰- یک تیر دو سرگیردار تحت بار متمرکز P که در مرکز آن قرار دارد و رفتار P به صورت الاستو - پلاستیک کامل در منحنی تنش - کرنش می باشد، مورد نظر است. نسبت $\frac{P_u}{P_y}$ (که P_u بار نهایی و P_y بار جاری شدن می باشد) کدام است؟ EI در کل طول تیر ثابت می باشد.



$$\frac{M_p}{M_y} \quad (1)$$

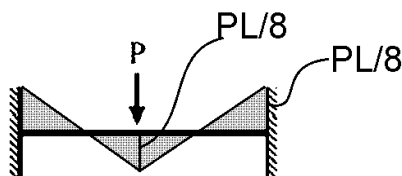
$$2 \frac{M_p}{M_y} \quad (2)$$

$$4 \frac{M_p}{M_y} \quad (3)$$

$$8 \frac{M_p}{M_y} \quad (4)$$

گزینه ۴

P_y مربوط به شروع تسلیم است. یعنی وقتی اولین تنش در نقطه ای از تیر به σ_y می رسد. در سازه فوق لنگر در وسط تیر و انتهای آن حداکثر می باشد:

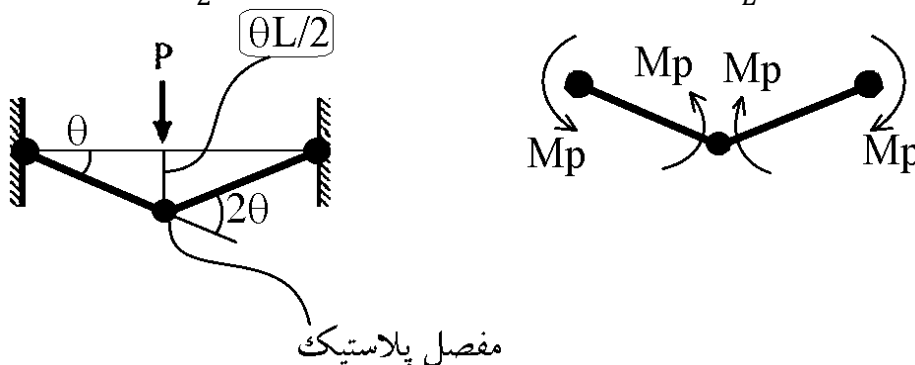


بار تسلیم برابر است با:

$$\frac{PL}{8} < M_y \rightarrow P_y = 8 \frac{M_y}{L}$$

P_u مربوط به تسلیم کامل است. یعنی وقتی تیر تبدیل به مکانیزم شده است. برای یافتن این بار می توان از روش کار مجازی استفاده کرد:

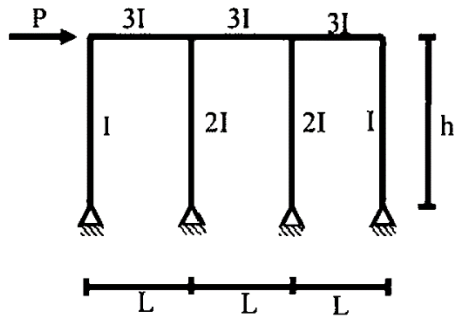
$$P_u \frac{\theta L}{2} = 2(M_p \times \theta) + M_p \times 2\theta \rightarrow P_u = \frac{8M_p}{L}$$



مفصل پلاستیک

$$\frac{P_u}{P_y} = 8 \frac{M_p}{M_y}$$

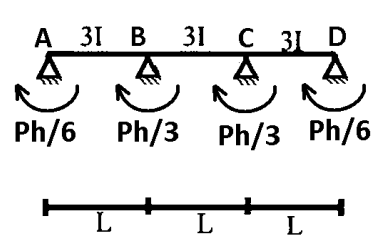
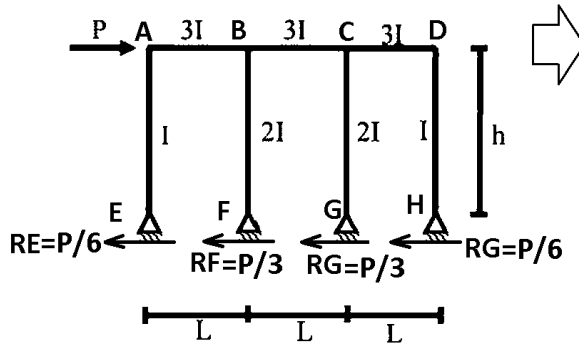
۱۱- در شکل داده شده حداکثر لنگر در تیرها چقدر است؟



- (۱) $\frac{PL}{2}$
- (۲) PL
- (۳) $\frac{Ph}{6}$
- (۴) Ph

گزینه ۳

بنابه تقارن: $\theta_A = \theta_D$ و $\theta_B = \theta_C$



$$M_{AB} = \frac{Ph}{6} = 4A + 2B$$

$$M_{BA} + M_{BC} = \frac{Ph}{3} = (2A + 4B) + (4B + 2C) = 2A + 10B$$

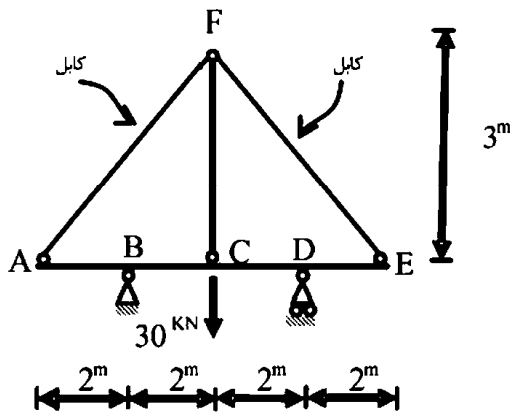
$$\left. \begin{array}{l} M_{AB} = \frac{Ph}{6} = 4A + 2B \\ M_{BA} + M_{BC} = \frac{Ph}{3} = 2A + 10B \end{array} \right\} 2 \times \frac{Ph}{3} - \frac{Ph}{6} = 18B$$

$$\rightarrow B = \frac{Ph}{36} \quad \rightarrow A = \frac{Ph}{36}$$

$$M_{AB} = 4A + 2B = \frac{Ph}{6}$$

$$M_{BA} = 4B + 2A = \frac{Ph}{6}$$

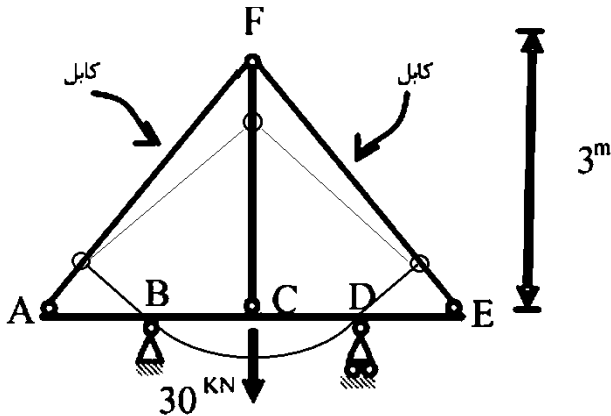
۱۲- قدر مطلق نیروی محوری در عضو FC چقدر است؟ فرض کنید: (در سیستم متریک) $AE=1$, $EI=1$



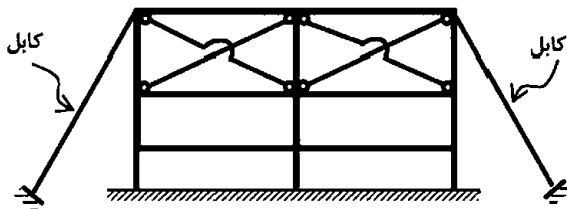
- (۱) $\frac{371}{360}$
- (۲) $\frac{371}{720}$
- (۳) $\frac{360}{371}$
- (۴) $\frac{720}{371}$

پاسخ در گزینه ها نیست.

کابل ها تحت فشار خواهند بود و بنابراین عمل نمی کنند و نیرویشان صفر است. نیروی محوری FC صفر خواهد بود.



۱۳- تعداد درجات نامعینی سازه مطابق شکل کدام است؟

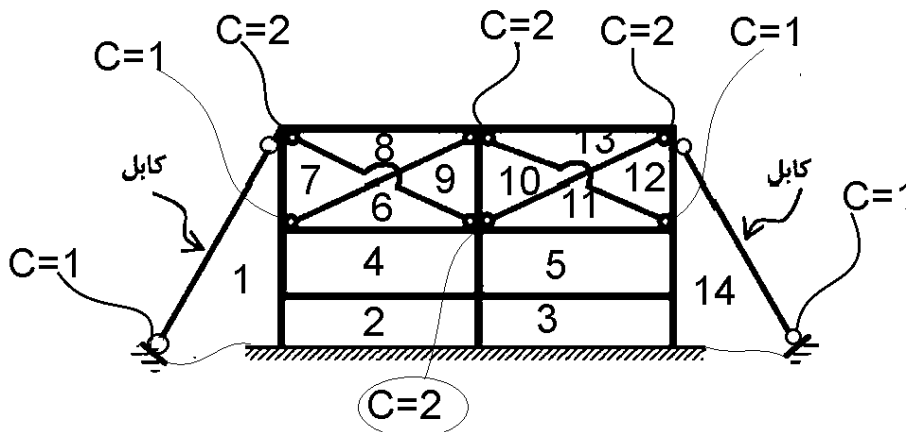


- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۴

گزینه ۴

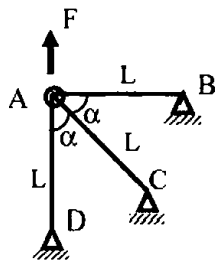
دو تقاطع غیر واقعی داریم. بنابراین تعداد نواحی بسته (۲ - ۱۴) خواهد بود. کابلها تنها کشش تحمل می کنند و به همین جهت دوسرمفصل فرض شده اند.

$$n = (14 - 2) \times 3 - (12) = 24$$



۱۴- چنانچه x و y تغییر مکان افقی و قائم نقطه A باشد و انرژی کرنشی در سازه

$u = \frac{EA}{4L}(3x^2 + 2xy + 3y^2)$ باشد. رابطه نیروی F و تغییر مکان نقطه A کدام است؟



$$F = \frac{4}{3} \frac{EA}{L} x \quad (1)$$

$$F = \frac{4}{3} \frac{EA}{L} y \quad (2)$$

$$F = \frac{16}{3} x \frac{EA}{L} \quad (3)$$

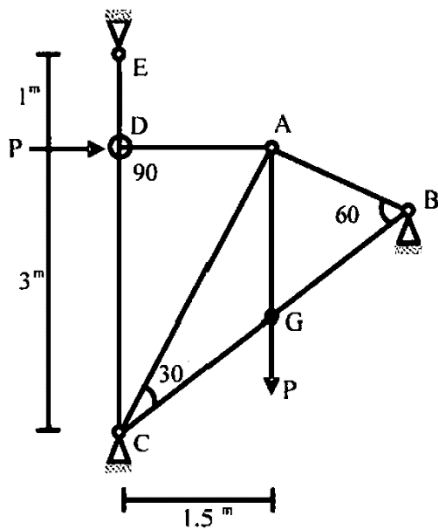
$$F = \frac{16}{3} y \frac{EA}{L} \quad (4)$$

گزینه ۲

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{EA}{4L}(6x + 2y) = 0 \quad y = -3x$$

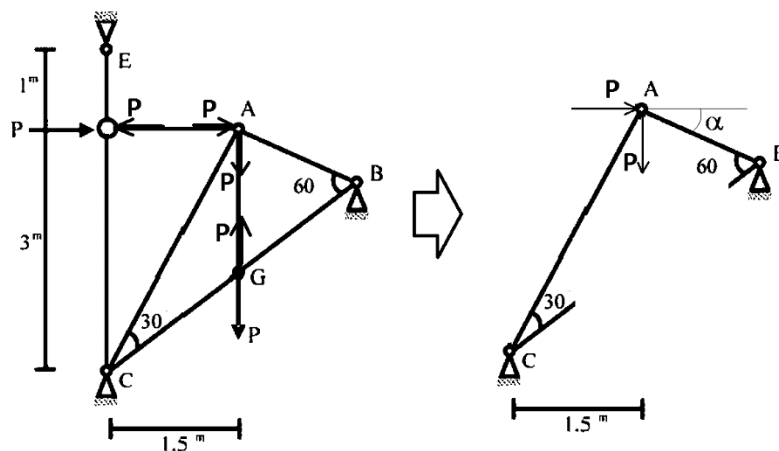
$$\frac{\partial U}{\partial y} = F \quad \rightarrow \quad \frac{EA}{4L}(+2x + 6y) = F \quad \xrightarrow{y=-3x} \begin{cases} F = -\frac{4EA}{L}x \\ F = \frac{4EA}{3L}y \end{cases}$$

۱۵- در خرابی داده شده EA برای تمامی اعضا ثابت است. نیروی داخلی عضو AB چقدر است؟



- (۱) $-\frac{P}{\sqrt{11.25}}$
- (۲) $-\frac{1.5P}{\sqrt{11.25}}$
- (۳) $-\frac{2P}{\sqrt{11.25}}$
- (۴) $-\frac{4.5P}{\sqrt{11.25}}$

گزینه ۴



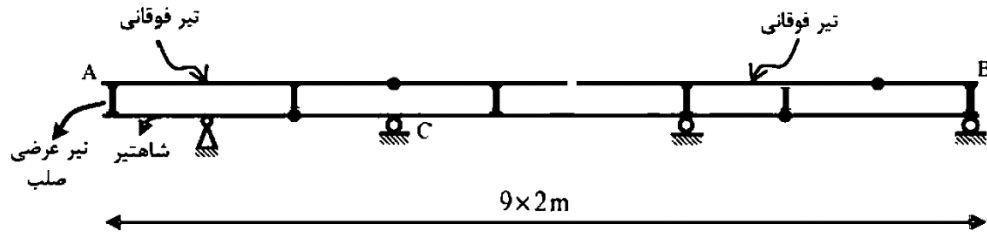
در گره A (شکل فوق) داریم:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} \cos \alpha + P - F_{AC} \sin \alpha = 0 \rightarrow F_{AC} = F_{AB} \cot \alpha + \frac{P}{\sin \alpha}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AB} \sin \alpha + P + F_{AC} \cos \alpha = 0 \rightarrow F_{AB} \sin \alpha + P + \left(F_{AB} \cot \alpha + \frac{P}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha = 0$$

$$F_{AB} = \frac{-P(1 + \cot \alpha)}{(\sin \alpha + \cot \alpha \times \cos \alpha)} = \frac{-P(1 + 2)}{\left(\frac{1.5}{\sqrt{11.25}} + 2 \times \frac{3}{\sqrt{11.25}} \right)} = \frac{-4.5}{\sqrt{11.25}} P$$

۱۶- در صورت عبور بار ۵۰۰ کیلوگرمی بر روی تیر فوقانی AB در شکل زیر، بیشترین مقدار عکس‌العمل تکیه‌گاه C بر حسب کیلوگرم (kg)، چقدر است؟



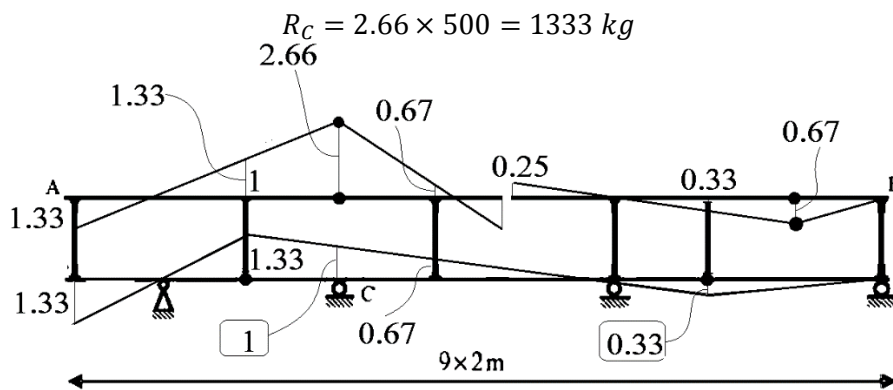
(۱) ۶۶۶٫۶

(۲) ۱۰۰۰

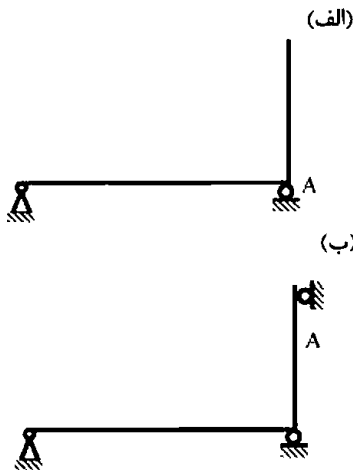
(۳) ۱۳۳۳٫۳

(۴) ۲۰۰۰

گزینه ۳



۱۷- در سازه‌های نشان داده شده در شکل‌های الف و ب، با جایگزینی تکیه‌گاه A با یک فنر ارتجاعی در جهت عکس‌العمل موجود در این نقطه بدون هیچ‌گونه تغییر در بارگذاری، بزرگای عکس‌العمل در نقطه A چگونه تغییر می‌کند؟



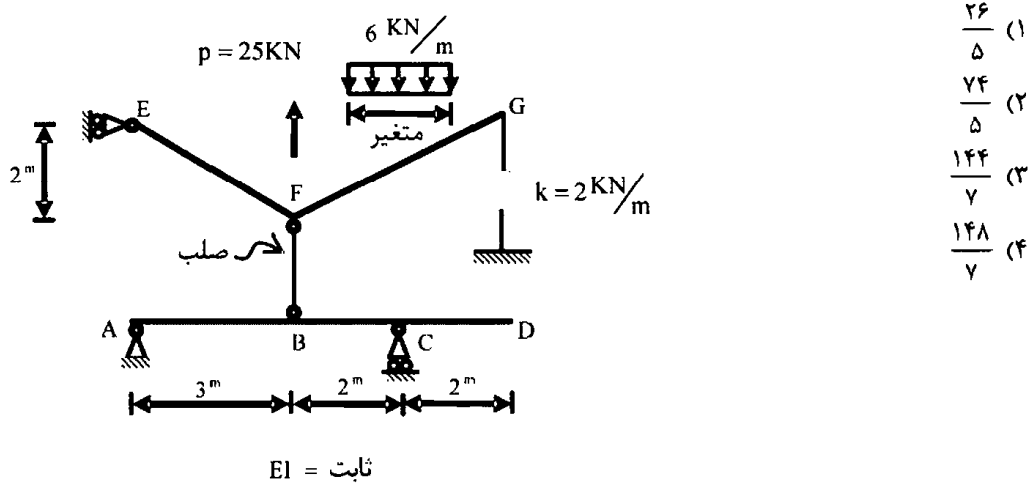
- (۱) الف: کاهش می‌یابد. ب: کاهش می‌یابد.
- (۲) الف: کاهش می‌یابد. ب: تغییری نمی‌کند.
- (۳) الف: تغییری نمی‌کند. ب: کاهش می‌یابد.
- (۴) الف: تغییری نمی‌کند. ب: تغییری نمی‌کند.

گزینه ۳

سازه الف معین است و عکس‌العمل A از روابط تعادل بدست می‌آید. بنابراین سختی تکیه‌گاه تاثیری در مقدار نیروی آن ندارد. سازه ب نامعین است و نیروی به نسبت سختی بین تکیه‌گاهها تقسیم می‌شود.

۱۸- بارگسترده یکنواختی به شدت $6 \frac{kN}{m}$ و با طول متغیر و همچنین بار متمرکز P و موقعیت متغیر در فاصله

FG به تیر EFG اثر می‌کند. حداکثر قدر مطلق R_A بر حسب kN (در جهت قائم) چقدر است؟



خط تاثیر تیر شیب دار فوقانی به صورت زیر خواهد بود.

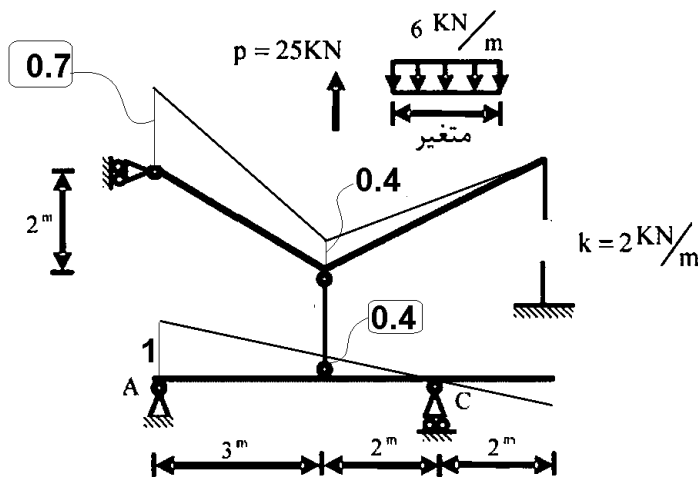
- نیروها تنها می‌توانند در فاصله FG حرکت کنند.
- اثر بار متمرکز:

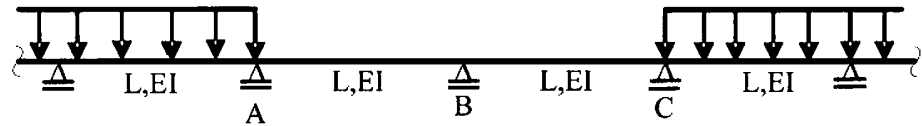
$$-25 \times 0.4 = -10$$

اثر بار گسترده:

$$6 \frac{kN}{m} \times \frac{4 \times 0.4}{2} = 4.8$$

- جهت نیروی متمرکز مخالف جهت بار گسترده است و اثر آنها از هم کم خواهد شد. بنابراین برای حداکثر شدن عکس العمل بهتر است طول بار گسترده صفر فرض شود (تنها بار متمرکز وارد شود). در این صورت عکس العمل A برابر 10kN خواهد بود که در گزینه وجود ندارد.

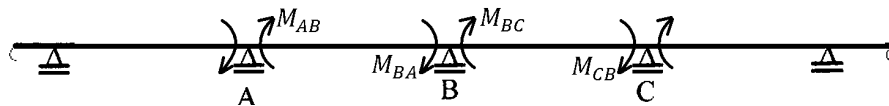




$$\begin{aligned} \frac{L}{12EI} |M_A - M_C| & \quad (1) \\ \frac{L}{12EI} |2M_B + M_A| & \quad (2) \\ \frac{L}{6EI} |M_C - M_A + 2M_B| & \quad (3) \\ \frac{L}{6EI} |M_C + M_A + 2M_B| & \quad (4) \end{aligned}$$

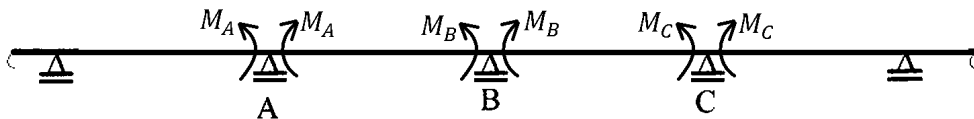
گزینه ۱

لنگر تکیه‌گاهی گاهی صفر است. احتمالاً منظور طراح لنگر داخل تیر می‌باشد. در روش شیب افت لنگر ساعت گرد مثبت است:



در شکل فوق $M_{BA} + M_{BC} = 0$ یعنی طبق قرار داد علامت در شکل فوق همیشه در یک نقطه مشخص مانند B لنگر یک طرف مثبت و لنگر طرف دیگر منفی است (مقدار M_{BA} و M_{BC} یکی مثبت بدست خواهد آمد و دیگری منفی).

در حالیکه در قرار داد علامت عمومی در تحلیل سازه لنگرها مطابق شکل زیر مثبت محسوب میشوند (تار فوقانی فشرده شود و تار تحتانی کشیده شود):



در این حالت مقدار لنگر در داخل تیر در نقطه B در هر دو طرف نقطه B یکسان خواهد بود (یا هر دو مثبت خواهد بود یا هر دو منفی). در سوال لنگرها به صورت شکل دوم فرض شده‌اند. بر اساس روابط شیب افت داریم:

$$\begin{aligned} M_A &= +M_{AB} = 4A + 2B \\ M_B &= -M_{BA} = -(4B + 2A) \\ M_B &= +M_{BC} = (4B + 2C) \\ M_C &= -M_{CB} = -(4C + 2B) \end{aligned}$$

در گره B:

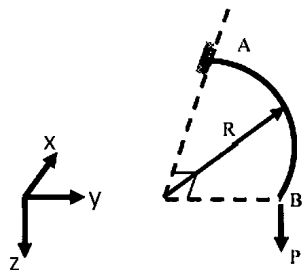
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad \rightarrow \quad 8B + 2A + 2C = 0 \quad 4B = -(A + C)$$

بهرتر است تمامی گزینه‌ها بررسی شود تا مشخص شود کدام گزینه مقدار دوران نقطه B را می‌دهد:

$$\begin{aligned} \frac{M_A - M_C}{12} &= \frac{(4A + 2B) - (-(4C + 2B))}{12} = \frac{4A + 4C + 4B}{12} = \frac{-16B + 4B}{12} = -B & \text{گزینه ۱:} \\ \frac{2M_B + M_A}{12} &= \frac{2(-(4B + 2A)) + (4A + 2B)}{12} = \frac{-8B - 4A + 4A + 2B}{12} = \frac{-6B}{12} = -\frac{B}{2} & \text{گزینه ۲:} \\ \frac{M_C - M_A + 2M_B}{6} &= \frac{-(4C + 2B) - (4A + 2B) + 2(-(4B + 2A))}{6} = \frac{-4C - 2B - 4A - 2B - 8B - 4A}{6} = \frac{-4A - 4B}{6} & \text{گزینه ۳:} \\ \frac{M_C + M_A + 2M_B}{6} &= \frac{-(4C + 2B) + (4A + 2B) + 2(-(4B + 2A))}{6} = \frac{-4C - 2B + 4A + 2B - 8B - 4A}{6} = \frac{-4A + 8B}{6} & \text{گزینه ۴:} \end{aligned}$$

۲۰- تیر ربع دایره‌ای در صفحه xy ، در انتهای A گیردار و در انتهای آزاد B تحت اثر نیروی متمرکز P در جهت z قرار گرفته است. دوران پیچشی نقطه B چقدر است؟ صلبیت خمشی و پیچشی مقطع تیر را ثابت و برابر

فرض کنید. $EI = GJ$



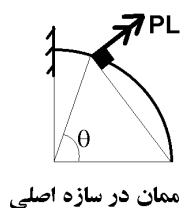
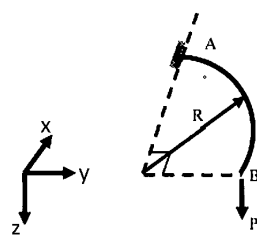
$$\frac{PR^2}{EI} \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

$$\frac{PR^2}{EI} \left(1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

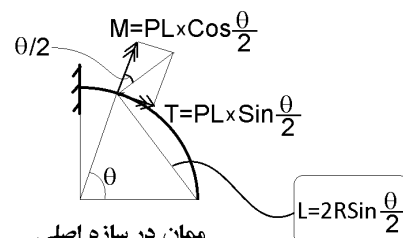
$$\frac{PR^2}{EI} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3)$$

$$\frac{PR^2}{EI} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad (4)$$

گزینه ۲

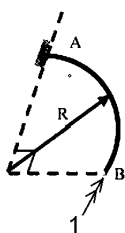


ممان در سازه اصلی

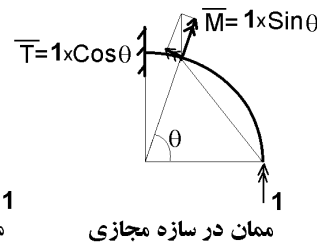


ممان در سازه اصلی

$$L = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$



ممان در سازه مجازی

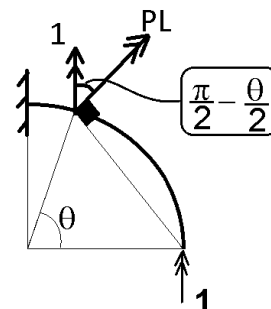


ممان در سازه مجازی

$$\left. \begin{aligned} T &= -2PR \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^2 & \bar{T} &= 1 \times \cos \theta \\ M &= 2PR \left(\sin \frac{\theta}{2} \right) \times \left(\cos \frac{\theta}{2} \right) & \bar{M} &= 1 \times \sin \theta \end{aligned} \right\} \theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{T \bar{T}}{GJ} + \frac{M \bar{M}}{EI} R d\theta$$

نکته: با توجه به اینکه $GJ=EI$ می باشد، نیازی به تجزیه بردارها و تعیین مقادیر M و T به صورت تفکیک شده نیست.

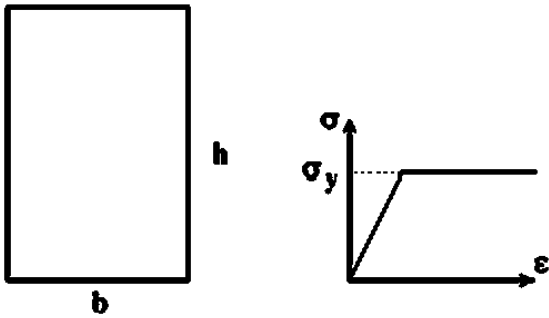
می توان دوران را مستقیماً با ضرب داخلی بردارهای مربوط به سازه مجازی و اصلی بدست آورد:



$$\begin{aligned} \theta &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 \cdot PL}{EI} R d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 \cdot PL \times \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right)}{EI} R d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 \cdot P \left(2R \sin \frac{\theta}{2} \right) \times \sin \frac{\theta}{2}}{EI} R d\theta \\ &= \frac{PR^2}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta = \frac{PR^2}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos \theta) d\theta = \frac{PR^2}{EI} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \end{aligned}$$

۳- پاسخ تشریحی دکتری ۹۵

۱۳- در مقطع مستطیل شکل زیر، در صورتی که مقطع تا ممان پلاستیک M_p بارگذاری و سپس لنگر آن حذف گردد، مقدار تنش در محل تار خنثی پس از حذف لنگر کدام است؟



(۱) $-0.5\sigma_y$

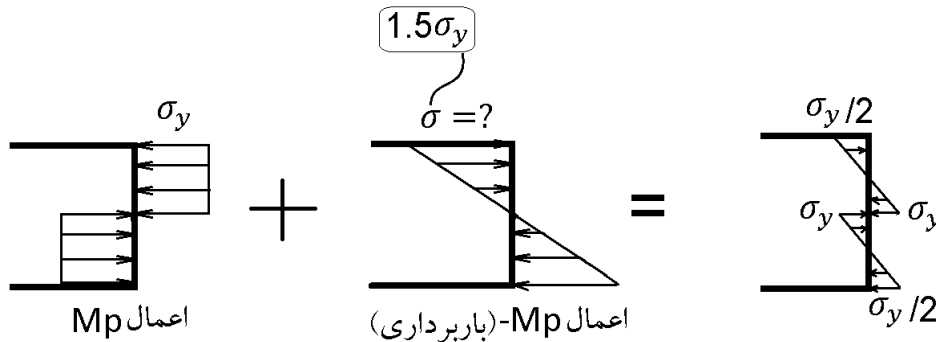
(۲) ۰

(۳) $0.5\sigma_y$

(۴) $\pm\sigma_y$

گزینه ۴

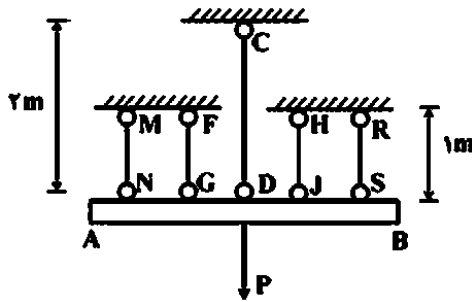
هنگام باربرداری رفتار مقطع خطی خواهد بود:



در شکل فوق مقدار σ به صورت زیر بدست می آید:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{M_p}{Z_p} = \frac{M_p}{\left(\frac{bh^2}{4}\right)} \\ \sigma &= \frac{-M_p}{S} = \frac{-M_p}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)} \end{aligned} \right\} \sigma = -1.5\sigma_y$$

۱۴- در مجموعه نشان داده شده که تیر صلب AB توسط پنج میله به طور متقارن مطابق شکل زیر، نگهداری می شود و تحت بار مرکزی P قرار گرفته است، اعضاء میله از مصالح الاستوپلاستیک، با مدول ارتجاعی $E = 200$ گیگاپاسکال می باشند. تنش حد الاستیک دو میله کناری MN و RS و $\sigma_y = 250$ مگاپاسکال و سایر میله ها 500 مگاپاسکال می باشد. بار P_y, P_u برای مجموعه به ترتیب چند کیلونیوتن است؟ سطح مقطع هر میله 100 میلی متر مربع می باشد.



(۱) 75, 125

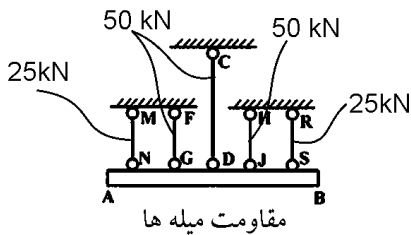
(۲) 25, 150

(۳) 100, 175

(۴) 112.5, 200

گزینه ۴

ابتدا باید مقاومت (تسلیم) هر میله را محاسبه کنیم:



$$P_{MN} = P_{RS} = 250 \times 100 = 25 \text{ kN}$$

$$P_{FG} = P_{HJ} = P_{CD} = 500 \times 100 = 50 \text{ kN}$$

مقاومت میله ها

P_y نشان دهنده "شروع" تسلیم است. میله ها همزمان به تسلیم نمی رسند.

باید نیروی وارد بر آنها را بیابیم:

نیرو به نسبت سختی بین اعضا تقسیم می شود (در ناحیه خطی) بنابراین

به راحتی می توان نیروی وارد بر اعضا را بدست آورد و با مقاومت آنها

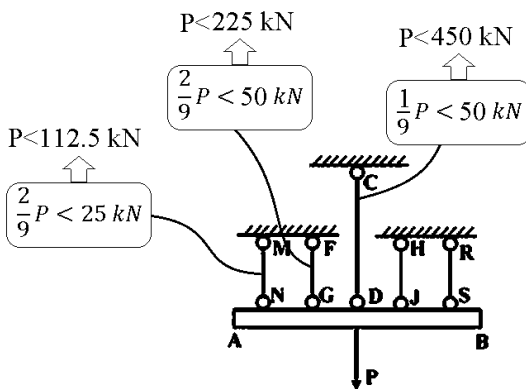
مقایسه کرد (شکل مقابل)

با توجه به شکل مقاومت شروع تسلیم (کمترین مقدار P که موجب

شروع تسلیم می شود) برابر است با:

$$P_y = 112.5 \text{ kN}$$

نیروی وارد بر میله ها

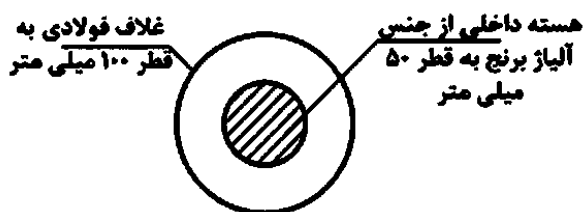


پس از تسلیم تمامی میله ها، مجموع مقاومت تسلیم آنها نشان دهنده مقاومت نهایی سیستم خواهد بود:

$$P_u = 25 + 50 + 50 + 50 + 25 = 200 \text{ kN}$$

۱۵- در شکل زیر، که تحت لنگر پیچشی T قرار دارد، چند درصد از لنگر پیچشی توسط هسته مرکزی مقطع تحمل

می گردد؟ ($G_b = 36 \text{ GPa}, G_{st} = 72 \text{ GPa}$)



(۱) 2/23

(۲) 6/25

(۳) 25

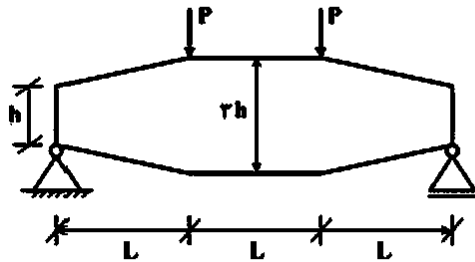
(۴) 50

گزینه ۱

$$\frac{G_{\text{هسته}} J_{\text{هسته}}}{G_{\text{هسته}} J_{\text{هسته}} + G_{\text{پوسته}} J_{\text{پوسته}}} = \frac{36 \times 50^4}{36 \times 50^4 + 72 \times (100^4 - 50^4)} = 0.0323$$

۱۶- تیر نشان داده شده در شکل زیر، دارای مقطع مستطیلی با عرض ثابت b و عمق متغیر از h تا $2h$ به صورت زیر

می باشد. حداکثر تنش ناشی از لنگر خمشی در این تیر کدام است؟



$$\frac{3 PL}{2 bh^2} \quad (1)$$

$$\frac{3 PL}{2 bh^2} \quad (2)$$

$$\frac{3 PL}{4 bh^2} \quad (3)$$

$$\frac{PL}{bh^2} \quad (4)$$

گزینه ۳

تنش خمشی در فاصله x از تکیه گاه برابر است با:

$$M = Px \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2}$$

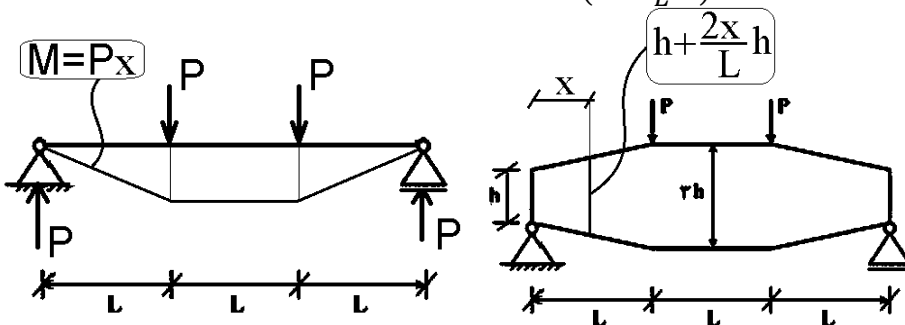
برای یافتن تنش حداکثر باید از آن مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم:

$$\left(\frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2}\right)' = 0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{x}{\left(1 + \frac{2x}{L}\right)^2}\right)' = 0 \quad \rightarrow \quad 1 \times \left(1 + \frac{2x}{L}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{L} \times \left(1 + \frac{2x}{L}\right)x = 0$$

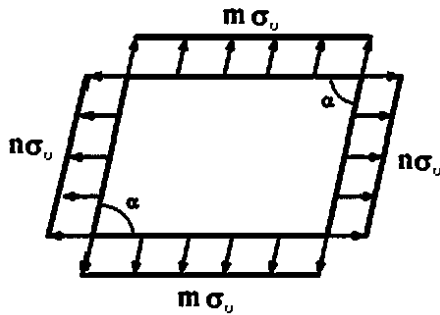
$$\rightarrow \quad \left(1 + \frac{2x}{L}\right) - \frac{4x}{L} = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{L}{2}$$

پس از یافتن x مقدار تنش بدست می آید:

$$\rightarrow \sigma = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2} = \frac{3PL}{b(2h)^2} = \frac{3 PL}{4 bh^2}$$



۱۷- در المان زیر مجموع تنش‌های اصلی چقدر است؟



$$\frac{m+n}{\sin \alpha} \sigma_0 \quad (1)$$

$$\frac{m+n}{\sin^2 \alpha} \sigma_0 \quad (2)$$

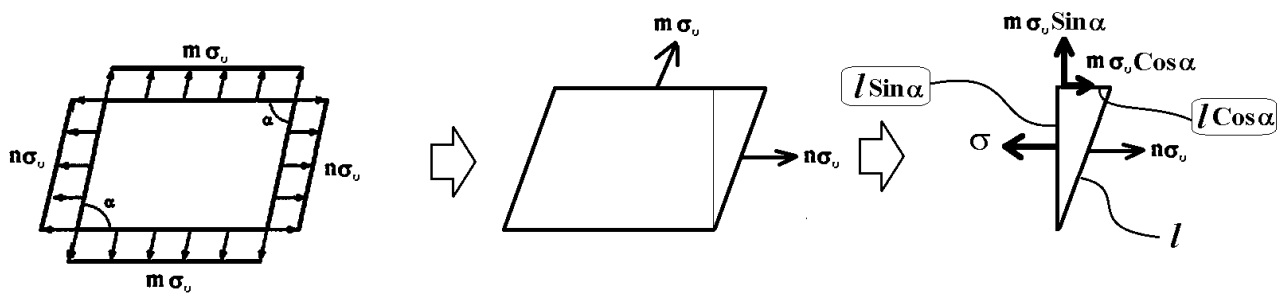
$$(m+n) \sigma_0 \sin \alpha \quad (3)$$

$$(m+n) \sigma_0 \sin^2 \alpha \quad (4)$$

گزینه ۱

برای یافتن مجموع تنشها، باید تنشهای وارد بر دو صفحه "عمود برهم" را داشته باشیم. در شکل زیر ابتدا باید مقدار σ را بیابیم. با نوشتن تعادل نیرویها می توان مقدار σ را بدست آورد:

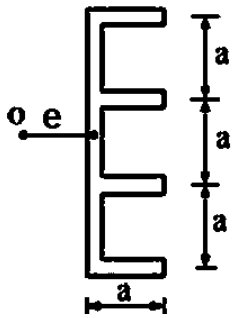
$$\sigma \times l \sin \alpha = m \sigma_0 \cos \alpha \times l \cos \alpha + n \sigma_0 l \rightarrow \sigma = m \sigma_0 \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + n \sigma_0 \frac{1}{\sin \alpha}$$



مجموع تنشها برابر جمع تنش محوری وارد بر دو سطح متعامد خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{جمع تنشهای اصلی} &= \sigma + m \sigma_0 \sin \alpha = m \sigma_0 \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + \frac{n \sigma_0}{\sin \alpha} + m \sigma_0 \sin \alpha = \\ &= m \sigma_0 \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + n \sigma_0 \frac{1}{\sin \alpha} + m \sigma_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{m \sigma_0 + n \sigma_0}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

۱۸- در شکل زیر، مرکز برش در چه فاصله‌ای از جان مقطع قرار دارد؟ (ضخامت در همه جا یکسان و برابر t است)

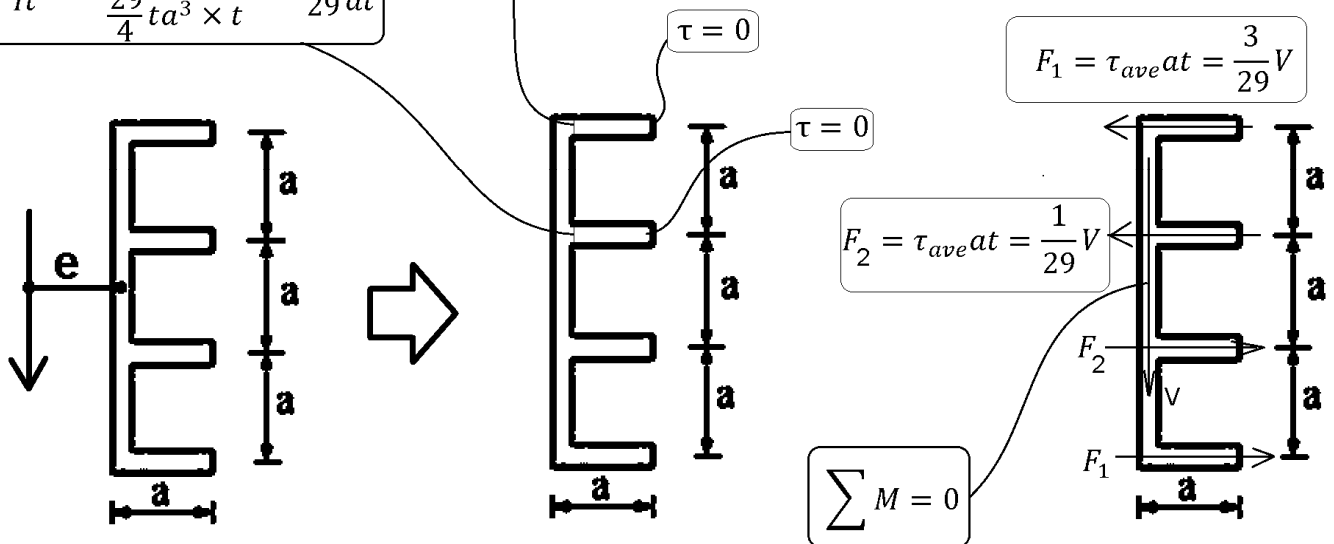


- , ۲۸a (۱)
- , ۳۰a (۲)
- , ۳۲a (۳)
- , ۳۴a (۴)

$$I = I_{\text{جان}} + I_{\text{بالها}} = \left(\frac{t(3a)^3}{12} \right) + \left(2 \times at \times \left(\frac{3}{2}a \right)^2 + 2 \times at \times \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = \left(\frac{9ta^3}{4} \right) + 5ta^3 = \frac{29}{4} ta^3$$

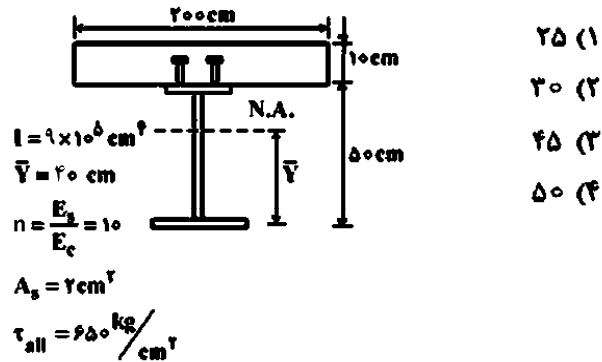
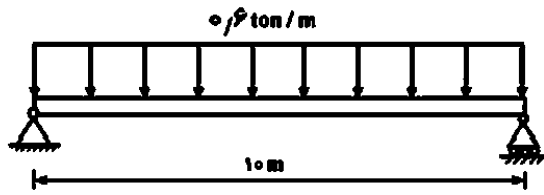
$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V(at \times 1.5a)}{\frac{29}{4} ta^3 \times t} = \frac{6}{29} \frac{V}{at}$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V(at \times 0.5a)}{\frac{29}{4} ta^3 \times t} = \frac{2}{29} \frac{V}{at}$$



$$\sum M = 0 \quad \rightarrow \quad 2(F_1 \times 1.5a + F_2 \times 0.5a) = Ve \quad \rightarrow \quad e = \frac{3F_1 a + F_2 a}{V} = \frac{10}{29} a = 0.34a$$

۱۹- در شکل زیر، یک تیر مرکب به طول ۱۰ متر برای تحمل بار یکنواخت ۰.۶ تن بر متر طراحی شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، حداکثر فاصله برش گیرها چند سانتی متر است؟



گزینه ۱

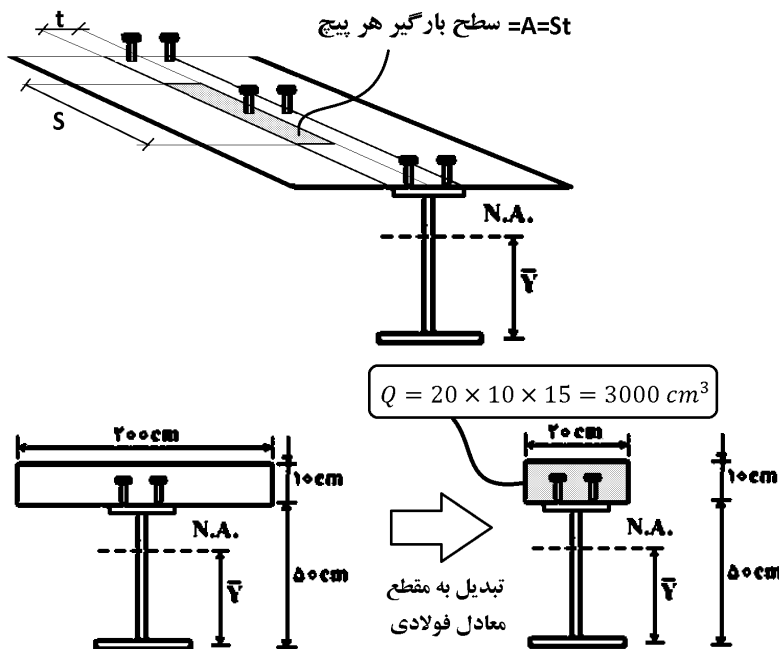
حداکثر برش وارد بر تیر برابر است با:

$$V_{\text{تیر}} = \frac{ql}{2} = \frac{0.6 \times 10}{2} = 3 \text{ ton} = 3000 \text{ kg}$$

• با توجه به اینکه در هر مقطع دو پیچ داریم نصف مقدار فوق توسط هر پیچ تحمل می شود.

مقاومت برشی هر پیچ برابر است با:

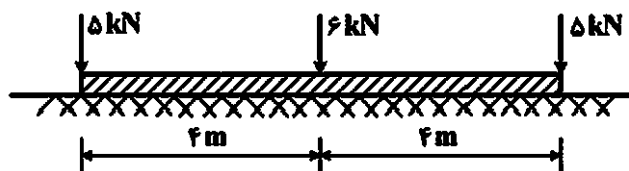
$$F_{\text{مجاز پیچ}} = \tau_{\text{all}} A_s = 650 \times 2 = 1300 \text{ kg}$$



نیروی وارد بر هر پیچ باید کمتر از مقاومت مجاز آن باشد:

$$\left[F_{\text{برشگیر}} = (A_{\text{سطح بارگیر}}) \times (\tau) = (St) \left(\frac{V}{2} \frac{Q}{It} \right) = (S) \left(\frac{V}{2} \frac{Q}{I} \right) = (S) \left(\frac{\frac{3000}{2} \times 3000}{9 \times 10^4} \right) \right] < 26 \rightarrow S < 26 \text{ cm}$$

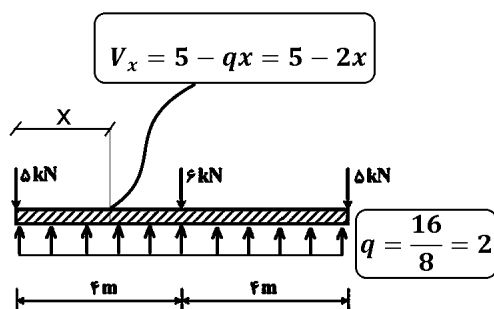
۲۰- در تیر صلب زیر چنانچه مدول بستر زمین ثابت باشد، قدر مطلق حداکثر لنگر ایجاد شده در تیر چند کیلونیوتن - متر است؟



- (۱) ۱۰٫۲۵
- (۲) ۶٫۲۵
- (۳) ۴
- (۴) ۲٫۲۵

گزینه ۲

با توجه به تقارن، حرکت میله صلب یکنواخت و متقارن خواهد بود و در نتیجه با توجه به ثابت بودن سختی زمین، فشار یکنواخت در زیر تیر خواهیم داشت:

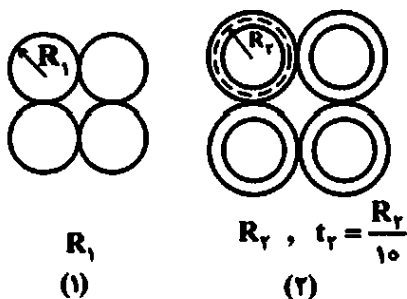


خمش حداکثر در محل برش صفر رخ می دهد:

$$V = 0 \rightarrow 5 - 2x = 0 \rightarrow x = 2.5 \rightarrow M_x = 5x - \frac{qx^2}{2} = 5 \times 2.5 - 2 \times \frac{2.5^2}{2} = 6.25$$

۲۱- در شکل زیر، مقاطع (۱) و (۲) به ترتیب از چهار مقطع دایروی توپر و چهار لوله تشکیل شده است. برای آنکه شعاع

انحنای حداکثر هر دوی آنها زیر اثر بارگذاری مشابه در یک تیر یکسان باشد. R_2 چند برابر R_1 باید باشد؟ (جنس مصالح یکسان است)



- (۱) $\sqrt{\frac{1}{5}}$
- (۲) $\sqrt{\frac{25}{6}}$
- (۳) $\sqrt{5}$
- (۴) $\sqrt{5\pi}$

شعاع انحنا از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

با توجه به اینکه بارگذاری (و در نتیجه M) مشابه می باشد، برای یکسان شدن شعاع انحنا باید ممان اینرسی دو مقطع برابر باشد:

$$\rho_I = \rho_{II} \rightarrow I_I = I_{II}$$

$$I_1 = 4 \left(\frac{\pi R_1^4}{4} + \pi R_1^2 \times R_1^2 \right) \quad I_2 = 4(\pi R_2^3 t + 2\pi R_2 t \times R_2^2)$$

$$I_I = I_{II} \rightarrow 5R_1^4 = 12R_2^3 t \xrightarrow{t = \frac{R_2}{10}} 5R_1^4 = 1.2R_2^4$$

$$\rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt[4]{\frac{5}{1.2}} = \sqrt[4]{\frac{25}{6}}$$

۲۲- در تیر شکل زیر، حداکثر اندازه برش نقطه B به ازای موقعیت‌های مختلف دو بار متمرکز P به فاصله دو متر از هم

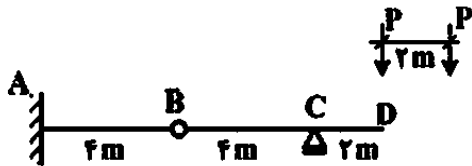
کدام است؟

(۱) P

(۲) $1.5P$

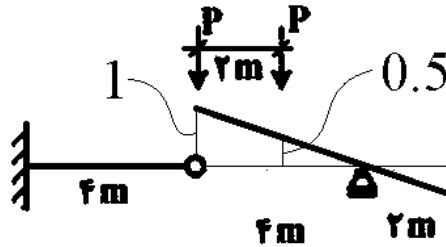
(۳) $2P$

(۴) $2.5P$

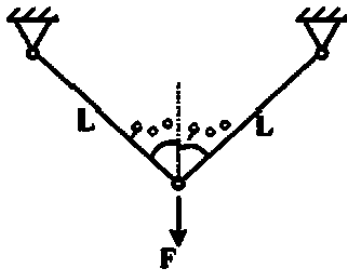


در شکل زیر خط تاثیر برش در نقطه B رسم شده است.

$$V_B = P \times 1 + P \times 0.5 = 1.5P$$



۲۳- اگر رابطه تنش - کرنش مصالح خربای زیر، به صورت $\sigma = E \cdot \varepsilon^3$ و انرژی مکمل خربا باشد، $\frac{\partial U^*}{\partial F}$ کدام است؟



$$\begin{cases} EA = 10^6 \text{ kg} \\ F = 1000 \text{ kg} \\ L = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

(۱) ۰٫۲

(۲) ۰٫۵

(۳) ۱

(۴) ۲

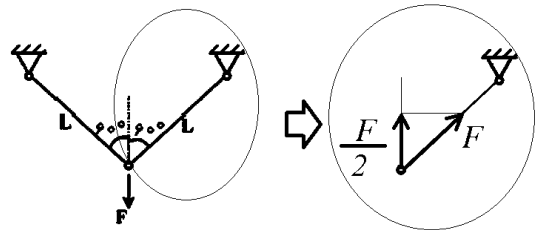
گزینه ۴

با توجه به رابطه زیر باید مقدار تغییر مکان قائم (محل اثر F) را بیابیم:

$$\frac{\partial U^*}{\partial F} = \Delta$$

با توجه به غیر خطی بودن رابطه تنش و کرنش برای یافتن Δ ، باید نیروی محوری تک تک میله ها را بیابیم و سپس افزایش طول میله ها را بیابیم و بر اساس افزایش طول میله ها، Δ محل اثر نیروی F را بیابیم.

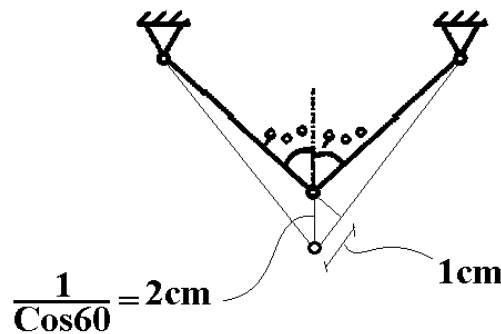
با توجه به تقارن مولفه "قائم" میله ها برابر $F/2$ خواهد بود و نیروی هر یک از میله ها برابر F خواهد بود:



بنابراین افزایش طول میله مایل برابر است با:

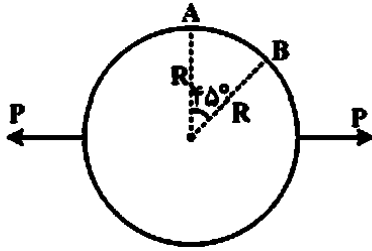
$$\Delta = \varepsilon L = \sqrt[3]{\frac{\sigma}{E}} \times L = \sqrt[3]{\frac{F}{EA}} \times L = \sqrt[3]{\frac{1000}{10^6}} \times 10 = 1 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \Delta = \frac{1 \text{ cm}}{\cos 60} = 2 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \frac{\partial U^*}{\partial F} = \Delta = 2 \text{ cm}$$



۲۴- حلقه دایره‌ای زیر، تحلیل شده و لنگر خمشی در A برابر $PR\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2}\right)$ است (تارهای داخلی کشیده می‌شوند).

دوران B کدامیک از موارد زیر است؟ ثابت $EI =$

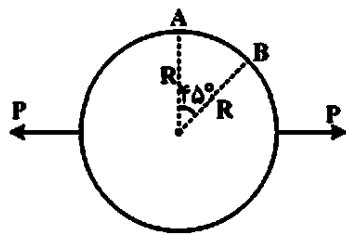


$$\frac{PR^2}{4EI} \quad (1)$$

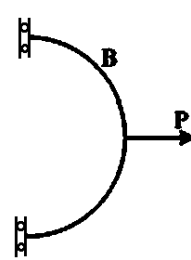
$$\frac{\sqrt{2}PR^2}{4EI} \quad (2)$$

$$\frac{PR^2}{4EI}(\sqrt{2}-1) \quad (3)$$

$$\frac{PR^2}{4EI}(\sqrt{2}+1) \quad (4)$$



تقارن



$$PR\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)$$

$$\frac{P}{2}$$

$$\frac{P}{2}$$

$$PR\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)$$

$$\frac{P}{2}$$

$$\frac{P}{2}$$

$$PR\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)$$

$$\frac{P}{2}$$

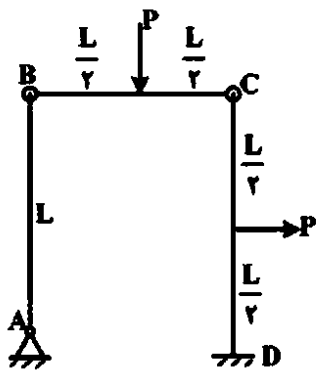
$$M = \frac{PR}{\pi} - \frac{P}{2}R\sin\theta$$

$$\frac{P}{2}$$

$$\frac{PR}{\pi}$$

$$\begin{aligned} \theta_B &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{M}{EI} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{M}{EI} R d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{PR}{\pi} - \frac{PR\sin\theta}{2} \right) R d\theta = \frac{PR^2}{4} + \frac{PR^2}{2} \left(\cos\frac{\pi}{4} - \cos 0 \right) \\ &= \frac{PR^2}{EI} \left(-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \end{aligned}$$

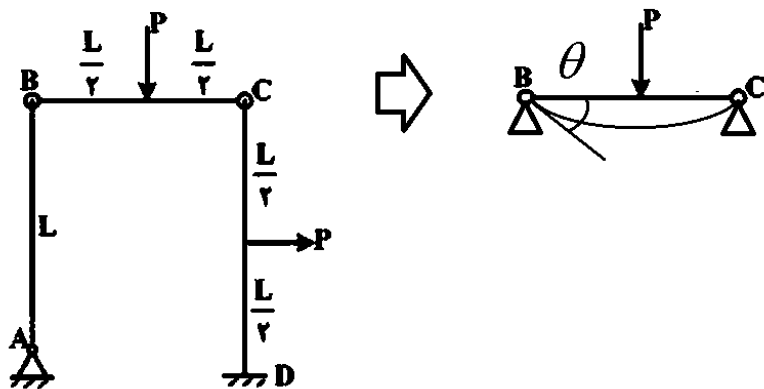
۲۵- در قاب زیر، تغییر دوران در اتصال B چه مقدار است؟ ثابت $EI =$



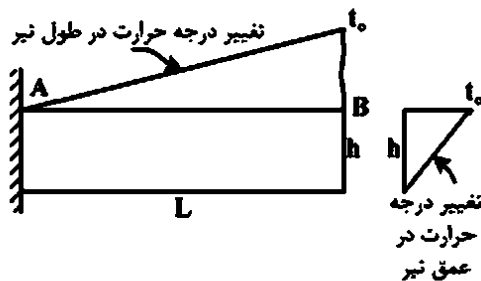
- (۱) $\frac{PL^2}{16EI}$
- (۲) $\frac{PL^2}{24EI}$
- (۳) $\frac{PL^2}{26EI}$
- (۴) $\frac{PL^2}{48EI}$

گزینه ۱

$$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$$



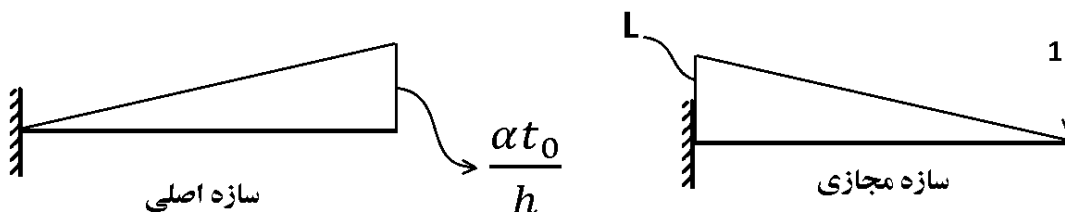
۲۶- در تیر زیر، تغییر درجه حرارت در طول و در عمق به صورت خطی تغییر می کند. اگر ضریب انبساط حرارتی α باشد، تغییر مکان قائم انتهای آزاد تیر کدام است؟



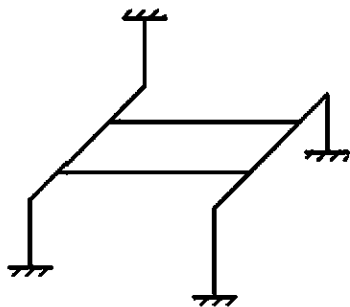
- (۱) $\frac{\alpha t_0 L^3}{24h}$
- (۲) $\frac{\alpha t_0 L^3}{24h}$
- (۳) $\frac{\alpha t_0 L^3}{6h}$
- (۴) $\frac{\alpha t_0 L^3}{12h}$

گزینه ۳

$$\Delta = \frac{MLM'}{6} = \frac{\alpha t_0 LL}{6h}$$



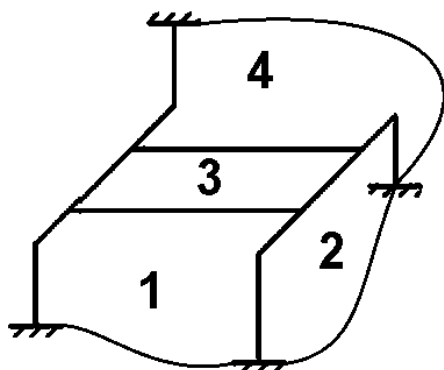
۲۷- قاب سه‌بعدی شکل زیر، چند درجه نامعین است؟



- ۱۲ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۴۸ (۴)

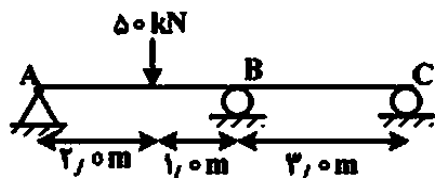
گزینه ۲

$$n = 4 \times 6 = 24$$



۲۸- در شکل زیر، اختلاف اندازه چرخش ساعت‌گرد دو انتهای تیر در A و C بر حسب رادیان چه مقدار است؟ مقدار EI

را واحد فرض کنید.



- ۳/۰۰ (۱)
- ۴/۱۵ (۲)
- ۸/۳۰ (۳)
- ۱۲/۴۵ (۴)

گزینه ۳

$$M_{BA} = \frac{3\theta_B}{3} + \frac{50 \times 1 \times 2^2}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{50 \times 1^2 \times 2}{9}$$

$$M_{BC} = \frac{3\theta_B}{3}$$

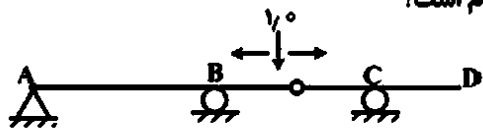
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \rightarrow \theta_B = -\frac{125}{9}$$

$$M_A = 0 \rightarrow \frac{4\theta_A}{3} + \frac{2\theta_B}{3} - \frac{50 \times 1^2 \times 2}{9} = 0 \rightarrow \frac{4\theta_A}{3} = \frac{100}{9} + \frac{250}{27} \rightarrow \theta_A = \frac{275}{18}$$

$$M_C = 0 \rightarrow \frac{4\theta_C}{3} + \frac{2\theta_B}{3} = 0 \rightarrow \theta_C = -\frac{\theta_B}{2} \rightarrow \theta_C = \frac{125}{18}$$

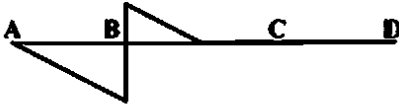
$$\theta_A - \theta_C = \frac{275 - 125}{18} = \frac{150}{18} = 8.33$$

۲۹- نمودار خط تأثیر برش در سمت راست تکیه گاه B برای تیر زیر کدام است؟



(۲)

(۱)



(۴)

(۳)

گزینه ۱

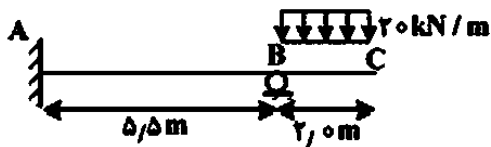
۳۰- در شکل زیر عکس العمل قائم تکیه گاه B بر حسب کیلونیوتن چقدر است؟ تیر منشوری است.

۲۰ (۱)

۴۰ (۲)

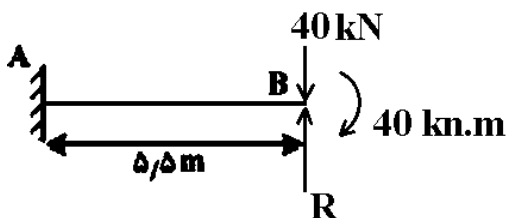
۴۵ (۳)

۵۱ (۴)



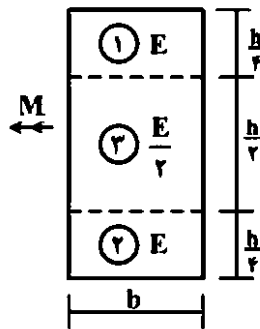
گزینه ۴

$$\frac{RL^3}{3EI} - \frac{40L^3}{3EI} - \frac{40L^2}{2EI} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{RL}{3} - \frac{40L}{3} - \frac{40}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad R = 50.91$$



۱- در تیری با مقطع مرکب مطابق شکل، تحت بارگذاری نشان داده شده، نسبت مدول مقطع الاستیک

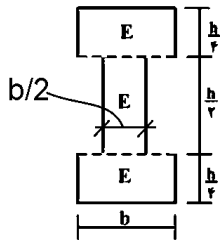
آن به مدول مقطع تیر دیگری به عرض b ، ارتفاع h و مدول ارتجاعی یکنواخت E کدام است؟



- ۱ (۱)
 ۷/۸ (۲)
 ۸/۷ (۳)
 ۱۵/۱۶ (۴)

گزینه ۴

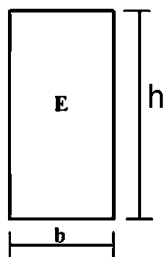
قسمت میانی سختی کمی دارد. شکل زیر مقطع مرکب را پس از معادل سازی نشان میدهد (پس از معادل سازی در کل مقطع E ثابت است).
 برای محاسبه ممان اینرسی می توان از یک مستطیل کامل، مستطیل داخلی را کم کرد:



$$I_1 = \frac{bh^3}{12} - \frac{b}{2} \frac{(h/2)^3}{12} = \frac{15}{16} \times \frac{bh^3}{12} \rightarrow S_1 = \frac{I_1}{(h/2)} = \frac{15}{16} \times \frac{bh^2}{6}$$

مقطع معادل

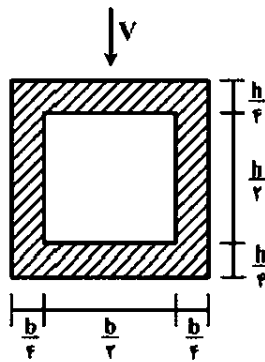
اگر مدول مقطع (E) یکنواخت باشد:



$$I_2 = \frac{bh^3}{12} \rightarrow S_2 = \frac{I_2}{(h/2)} = \frac{bh^2}{6}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{15}{16}$$

۲- در تیری با مقطع توخالی مطابق شکل، بر اثر نیروی برشی V ، بیشینه تنش برشی چه ضربی از $\frac{V}{bh}$ می‌باشد؟



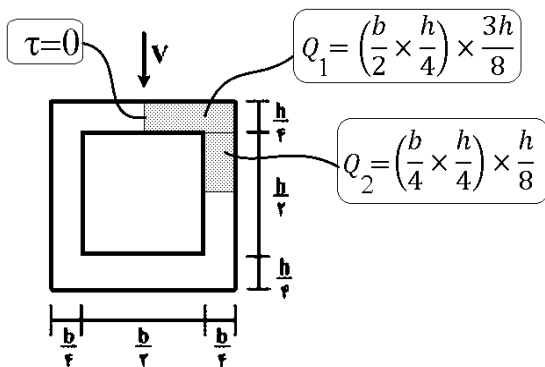
- (۱) ۳
- (۲) $\frac{۱۴}{۵}$
- (۳) $\frac{۱۶}{۵}$
- (۴) $\frac{۱۸}{۵}$

گزینه ۲

$$Q = \left(\frac{b}{2} \times \frac{h}{4}\right) \times \frac{3h}{8} + \left(\frac{b}{4} \times \frac{h}{4}\right) \times \frac{h}{8} = \frac{7bh^2}{128}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} - \frac{\left(\frac{b}{2}\right)\left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} = \frac{15bh^3}{16 \cdot 12} = \frac{5}{64}bh^3$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V\left(\frac{7bh^2}{128}\right)}{\left(\frac{5}{64}bh^3\right)\left(\frac{b}{4}\right)} = \frac{14}{5} \frac{V}{bh}$$



۳- تانسور تنش در نقطه P توسط $\sigma_o = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ داده شده است. بردار تنش که از نقطه P عبور نموده و

موازی با صفحه ABC با مختصات: $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ و $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ کدام است؟

$$\bar{\sigma} = \frac{5}{7}\bar{i} + \frac{9}{7}\bar{j} + \frac{10}{7}\bar{k} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{5}{7}\bar{i} - \frac{9}{7}\bar{j} + \frac{10}{7}\bar{k} \quad (2)$$

$$\bar{\sigma} = -\frac{9}{7}\bar{i} + \frac{5}{7}\bar{j} + \frac{10}{7}\bar{k} \quad (3)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{9}{7}\bar{i} - \frac{5}{7}\bar{j} + \frac{10}{7}\bar{k} \quad (4)$$

اگر "تانسور تنش" به "بردار یکه نرمال یک سطح" ضرب شود، حاصل برداری خواهد بود که نشان دهنده بردار تنش بر روی آن سطح خواهد بود.

یافتن بردار یکه نرمال سطح:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{6} = 1 \quad \rightarrow \quad 3x + 6y + 2z = 12$$

$$\sqrt{3^2 + 6^2 + 2^2} = 7$$

$$n = \frac{3}{7}i + \frac{6}{7}j + \frac{2}{7}k$$

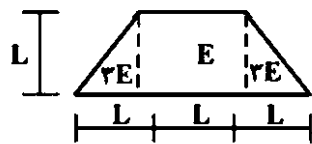
بردار تنش:

$$\begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/7 \\ 6/7 \\ 2/7 \end{bmatrix} = 100 \begin{bmatrix} \frac{21}{7} - \frac{30}{7} \\ -\frac{15}{7} + \frac{18}{7} + \frac{2}{7} \\ \frac{6}{7} + \frac{4}{7} \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -9 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

- این بردار موازی با صفحه ABC نخواهد بود بلکه زاویه ای دلخواه با آن صفحه خواهد داشت. این بردار، بردار تنش در صفحه ABC میباشد که احتمالاً منظور طراح همین بردار می باشد.

۴- مقطع غیرهمگن مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت قرار دارد. نسبت حداکثر کرنش کششی به حداکثر

کرنش فشاری کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{5}$
- (۲) $\frac{2}{5}$
- (۳) $\frac{3}{5}$
- (۴) $\frac{4}{5}$

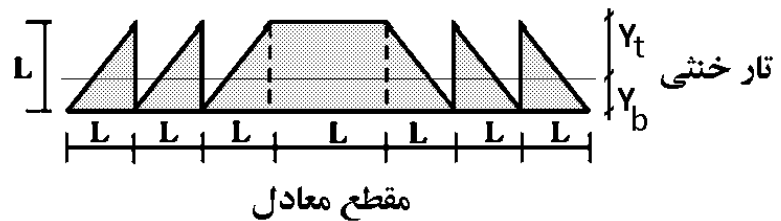
گزینه ۳

$$Y_b = \frac{L^2 \times \frac{L}{2} + 6 \left(\frac{L^2}{2} \times \frac{L}{3} \right)}{L^2 + 6 \left(\frac{L^2}{2} \right)} = \frac{3}{8}L \quad \rightarrow \quad Y_t = \frac{5}{8}L$$

حرکت (و کرنش تارها) بستگی به فاصله آنها از تار خنثی دارد. هر نقطه ای که از تارخنثی دورتر باشد، کرنش بیشتری دارد. با توجه به مثبت بودن خمش، تارهای پایین تحت کشش خواهند بود:

$$\frac{\varepsilon_{\text{کششی}}}{\varepsilon_{\text{فشاری}}} = \frac{Y_{bot}}{Y_{top}} = \frac{3}{5}$$

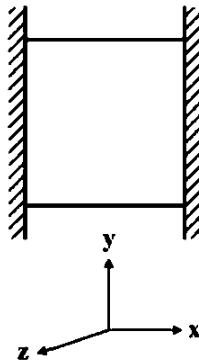
• در مقطع معادل مساحت قسمت هایی که 3E هستند، سه برابر شده است:



۵- مکعبی به ضلع a درون محفظه‌ای قرار دارد و فقط می‌تواند در جهت قائم تغییر طول بدهد. اگر دمای این مکعب به

اندازه ΔT افزایش داده شود، تغییر طول ضلع قائم مکعب (در جهت y) کدام است (α ضریب انبساط حرارتی، ν

ضریب پواسون و E مدول ارتجاعی مکعب است؟



$$\frac{\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a \quad (1)$$

$$\frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a \quad (2)$$

$$\frac{1+2\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a \quad (3)$$

$$\frac{1-\nu}{2+\nu} \alpha \Delta T a \quad (4)$$

گزینه ۲

ابتدا باید عکس العمل‌های تکیه گاهی (در اینجا عکس العمل‌ها از جنس σ_x و σ_z هستند) را بیابیم حرارت موجب انبساط می‌شود ولی تکیه گاه‌های افقی مانع از افزایش طول در راستای x و z می‌شوند.

به علت تقارن افقی:

$$\sigma_x = \sigma_z = \sigma$$

عکس العمل‌های افقی را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = 0 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \alpha T = 0 \quad \xrightarrow{\sigma_x = \sigma_z = \sigma} \quad \frac{\sigma}{E} - \nu \frac{\sigma}{E} + \alpha T = 0$$

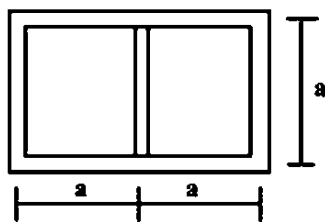
$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\alpha T E}{(1-\nu)}$$

پس از یافتن تنش‌های افقی حرکت در جهت قائم بدست می‌آید. دقت کنید که $\sigma_y = 0$ است (چون در راستای قائم تکیه گاه نداریم و باری هم وارد نشده):

$$\Delta y = \varepsilon_y a = \left(\frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} + \alpha T \right) a = \left(0 + \nu \frac{\alpha T E}{(1-\nu)} + \nu \frac{\alpha T E}{(1-\nu)} + \alpha T \right) a$$

$$\Delta y = \alpha T a \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)}$$

۶- مقطع جدار نازک مطابق شکل تحت تأثیر ممان پیچشی T قرار می‌گیرد. اگر ضخامت تمام جدارها برابر t باشد، تنش برشی در جدارهای داخلی و خارجی به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



- (۱) صفر، صفر
 (۲) صفر، $\frac{T}{4ta^2}$
 (۳) صفر، $\frac{T}{2ta^2}$
 (۴) $\frac{T}{4ta^2}$ ، $\frac{T}{4ta^2}$

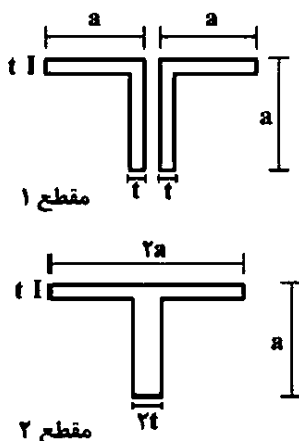
گزینه ۳

به علت تقارن در جدار داخلی تنش برشی ناشی از پیچش صفر خواهد بود و کل پیچش را جدارهای پیرامونی تحمل خواهند کرد. بنابراین عملاً یک مقطع باکس (جدارنازک بسته) داریم که تنش برشی در جدارهای پیرامونی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{2A_{mt}} = \frac{T}{2 \times (2a^2)t} = \frac{T}{4ta^2}$$

۷- دو مقطع شماره یک و دو مطابق شکل به ترتیب تحت لنگرهای پیچشی T_1 و T_2 قرار می‌گیرند. نسبت لنگرها

را طوری تعیین کنید که در هر دو مقطع، زاویه چرخش در واحد طول آنها یکسان باشد ($a > 10t$) ؟

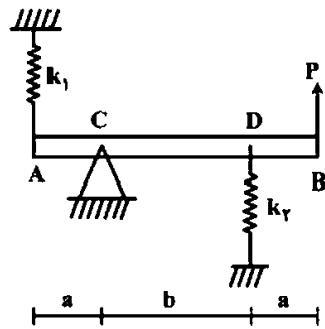


- (۱) ۰٫۳
 (۲) ۰٫۴
 (۳) ۰٫۵
 (۴) ۰٫۶

گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{T_1 L}{GJ_1} = \frac{T_1 L}{G \left(4 \times \frac{at^3}{3} \right)} = \frac{3 T_1 L}{4 Gat^3} \\ \varphi_2 &= \frac{T_2 L}{GJ_2} = \frac{T_2 L}{G \left(\frac{2at^3}{3} + \frac{a(2t)^3}{3} \right)} = \frac{3 T_2 L}{10 Gat^3} \end{aligned} \right\} \varphi_1 = \varphi_2 \rightarrow \frac{3T_1}{4} = \frac{3T_2}{10} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 0.4$$

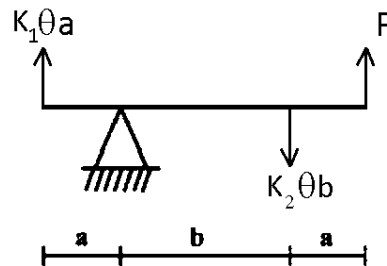
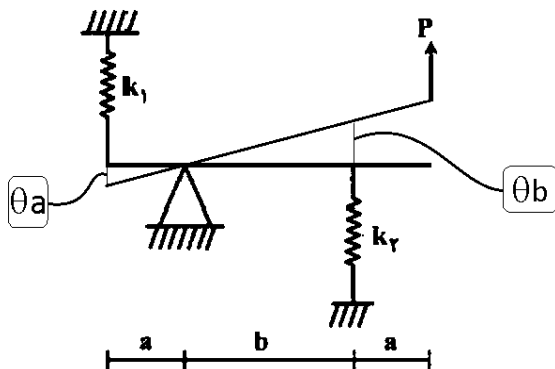
۸- در تیر مطابق شکل، مقدار حداکثر نیروی P بر حسب پارامترهای k_1 ، k_2 ، a و b و θ کدام یک از موارد زیر است (θ زاویه چرخش تیر در C بوده و فرض کنید تیر صلب است)؟



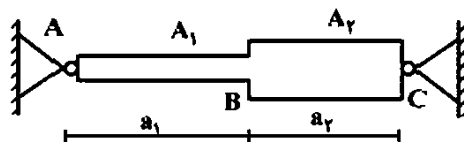
- (۱) $\frac{\theta_{\max}(a^2 k_1 + b^2 k_2)}{a + b}$
 (۲) $\frac{\theta_{\max}(b^2 k_1 + a^2 k_2)}{a + b}$
 (۳) $\frac{\theta_{\max}(a^2 k_1 + b^2 k_2)}{(a + b)^2}$
 (۴) $\frac{\theta_{\max}(b^2 k_1 + a^2 k_2)}{(a + b)^2}$

گزینه ۱

$$\sum M = 0 \rightarrow (K_1 \theta a) \times a + (K_2 \theta b) \times b - P(a + b) = 0 \rightarrow P = \frac{\theta(K_1 a^2 + K_2 b^2)}{(a + b)}$$



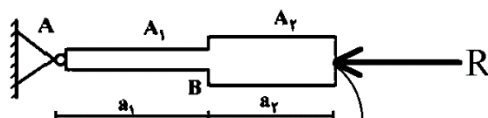
۹- میله AC بین دو تکیه‌گاه ثابت A و C قرار گرفته است. در اثر تغییر درجه حرارت، نسبت تنش ایجاد شده در قسمت AB به تنش ایجاد شده در قسمت BC کدام است؟
 A_1 و A_2 به ترتیب مساحت مقطع قسمت‌های AB و BC می‌باشند.



- (۱) یک
 (۲) $\frac{A_2 a_1}{A_1 a_2}$
 (۳) $\frac{A_2 a_2}{A_1 a_1}$
 (۴) $\frac{A_2}{A_1}$

گزینه ۴

با توجه به شکل زیر می‌توان مقدار R را بدست آورد.



$$\Delta = \Delta_{\text{حرارت}} - \Delta_R = 0$$

• ولی با توجه به اینکه نسبت تنشها را خواسته نیازی به محاسبه R نیست:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{R}{A_1} \\ \sigma_2 &= \frac{R}{A_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{A_2}{A_1} \\ \sigma_2 &= \frac{A_1}{A_2} \end{aligned}$$

۱۰- هسته مرکزی یک مقطع به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a کدام است؟

(۲) یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{a}{3}$

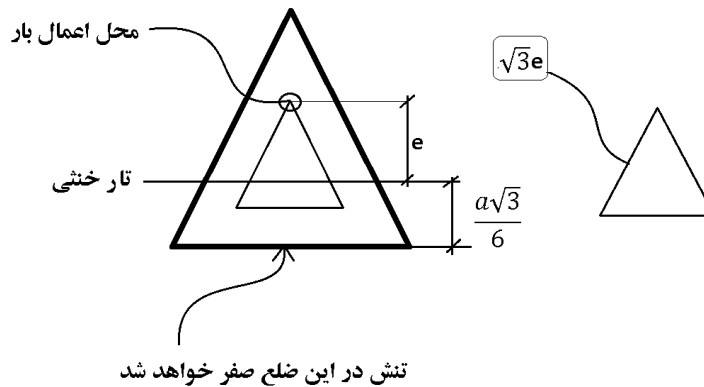
(۱) یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{a}{4}$

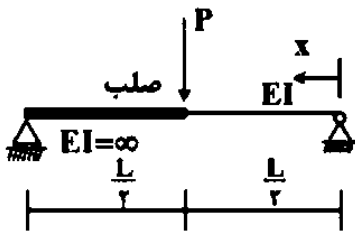
(۴) یک لوزی به قطر $\frac{2}{3}a$

(۳) یک لوزی به قطر $\frac{1}{2}a$

گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{Mc}{I} - \frac{P}{A} \\ I &= \frac{a \times \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3}{36} = \frac{\sqrt{3}a^4}{96} \\ A &= \frac{a \times \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \end{aligned} \right\} \sigma = \frac{(Pe) \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}a^4}{96}\right)} - \frac{P}{\left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4}\right)} = 0 \rightarrow e = \frac{a}{(4\sqrt{3})} \rightarrow \text{ضلع هسته} = \sqrt{3}e = \frac{a}{4}$$





$$x = \frac{L}{2} \quad (1)$$

$$x = \frac{L}{3} \quad (2)$$

$$x = \frac{L}{2\sqrt{2}} \quad (3)$$

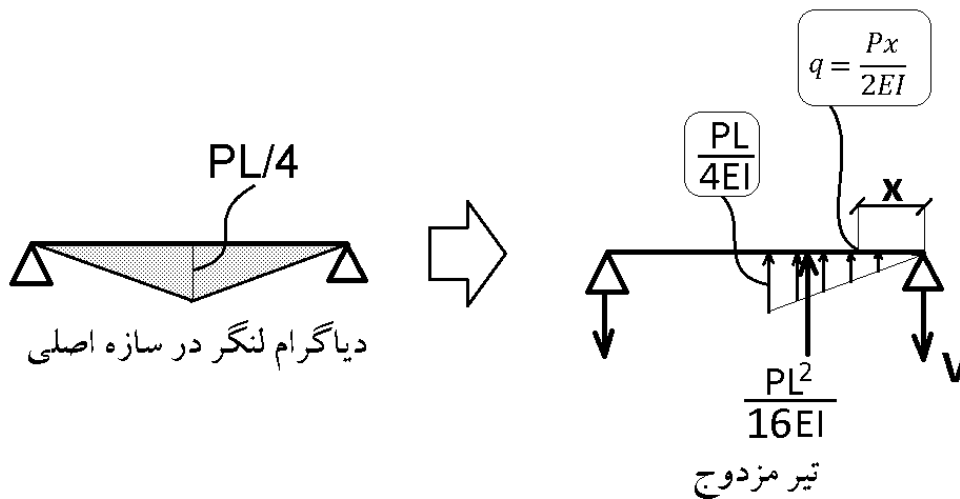
$$x = \frac{L}{\sqrt{6}} \quad (4)$$

گزینه ۴

- باید مشتق معادله خیز را بیابیم و برابر صفر قرار دهیم تا محل حداکثر بدست آید.
- مشتق خیز $(y') = \theta$ = شیب
- بنابراین باید معادله θ را بیابیم و برابر صفر قرار دهیم.
- θ را می توان از تیر مزدوج بدست آورد.

شکل زیر تیر مزدوج سازه را نشان میدهد.

در تیر مزدوج برش تیر = شیب تیر اصلی (θ) می باشد.



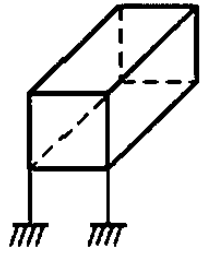
یافتن V در تیر مزدوج:

$$V \times L - \frac{PL^2}{16EI} \times \frac{2L}{3} = 0 \quad \rightarrow \quad V = \frac{PL^2}{24EI}$$

معادله شیب:

$$\theta = V - \frac{qx}{2} = \frac{PL^2}{24EI} - \left(\frac{\frac{Px}{2EI} \times x}{2} \right) \quad \xrightarrow{\theta=0} \quad \frac{PL^2}{24EI} - \frac{Px^2}{4EI} = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{L}{\sqrt{6}}$$

۱۲- درجه نامعینی قاب سه بُعدی مطابق شکل با کلیه اتصالات صلب و تکیه‌گاه‌های گیردار کدام است؟



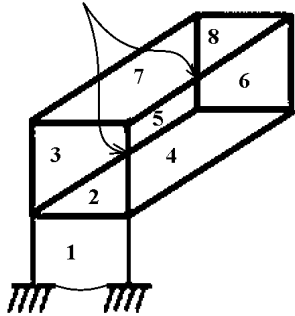
- (۱) ۳۰
- (۲) ۳۶
- (۳) ۴۲
- (۴) ۴۸

گزینه ۲

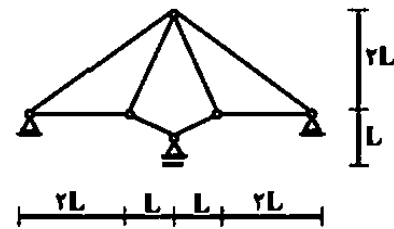
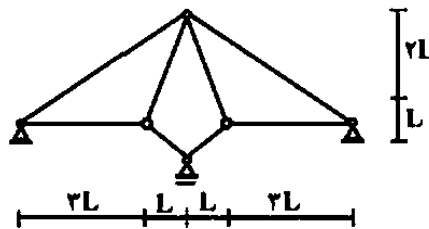
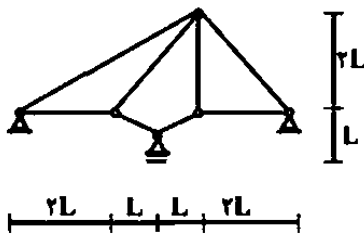
باید زوایه دید را تغییر دهیم تا خطوط بر روی هم قرار نگیرند:

$$n = (8 - 2) \times 6 = 36$$

تقاطع غیر واقعی



۱۳- از سه سیستم سازه خرابایی مطابق شکل، چند تا پایدار است؟

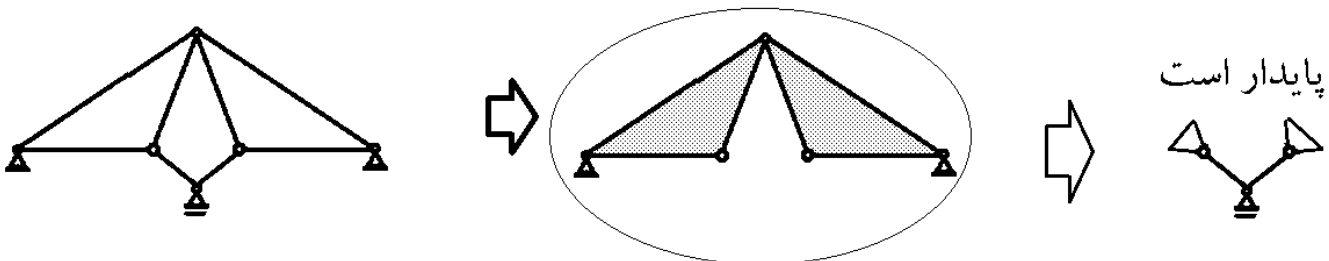


- (۲) یک
- (۴) سه

- (۱) صفر
- (۳) دو

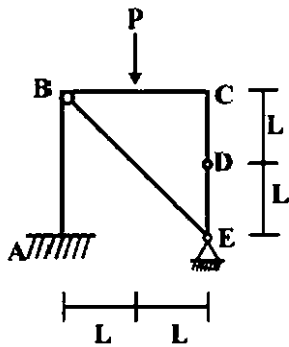
گزینه ۴

این قسمت از سازه به تنهایی پایدار است و می‌تواند حذف شود

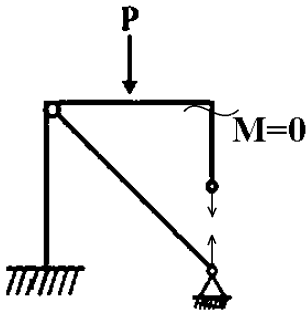


۱۴- در قاب مطابق شکل، اندازه لنگر خمشی در نقطه C (گره) چقدر است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{PL}{2}$
- (۳) PL
- (۴) $2PL$

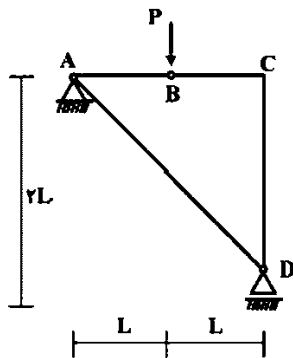


گزینه ۱



۱۵- در سازه مطابق شکل، نیروی محوری عضو AD کدام است؟

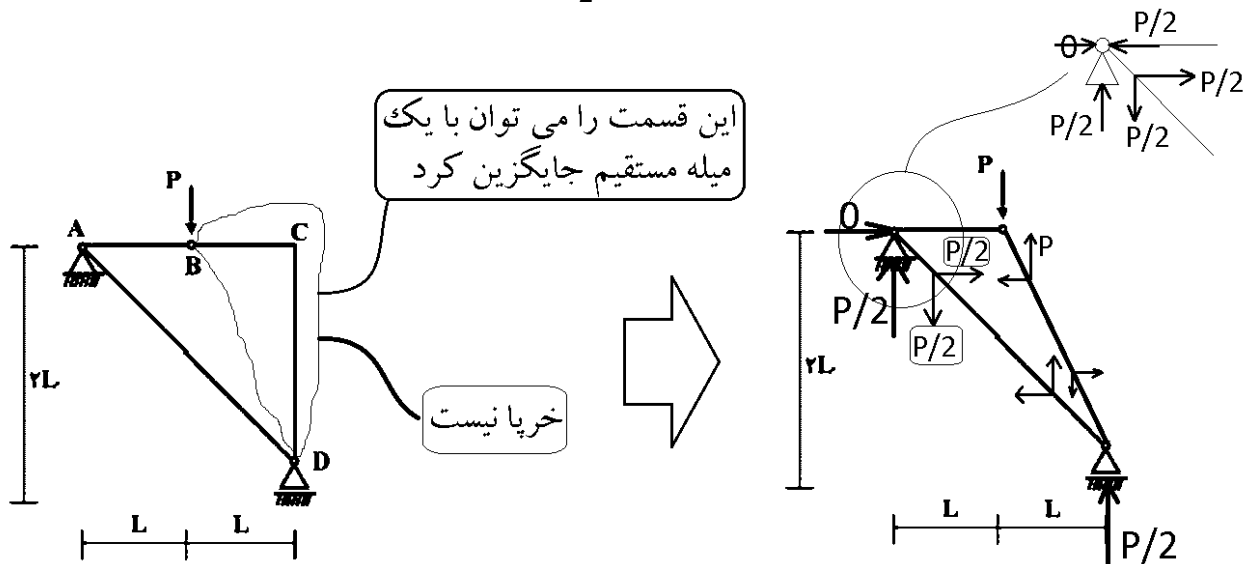
- (۱) صفر
- (۲) فشاری P
- (۳) کششی $\frac{\sqrt{2}}{2}P$
- (۴) کششی $\sqrt{2}P$



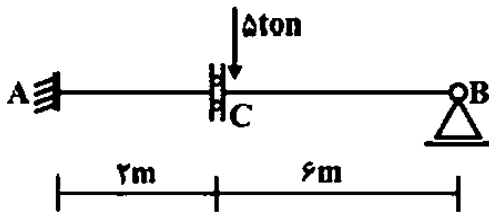
گزینه ۳

پس از تبدیل عضو BCD به میله خرپایی، می توان به راحتی نیروها را بدست آورد. نیروی محوری عضو AD برابر است با:

$$F_{AD} = \frac{P}{2} \times \sqrt{2}$$



۱۶- در تیر مطابق شکل، چنانچه دوران تکیه گاه A برابر 0.004 رادیان باشد، مقدار لنگر M_{AB} چند تن - متر خواهد بود؟ ($EI = 2000 \text{ ton-m}$)



۴ (۱)

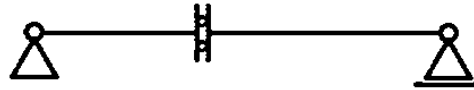
۸ (۲)

۱۶ (۳)

۳۰ (۴)

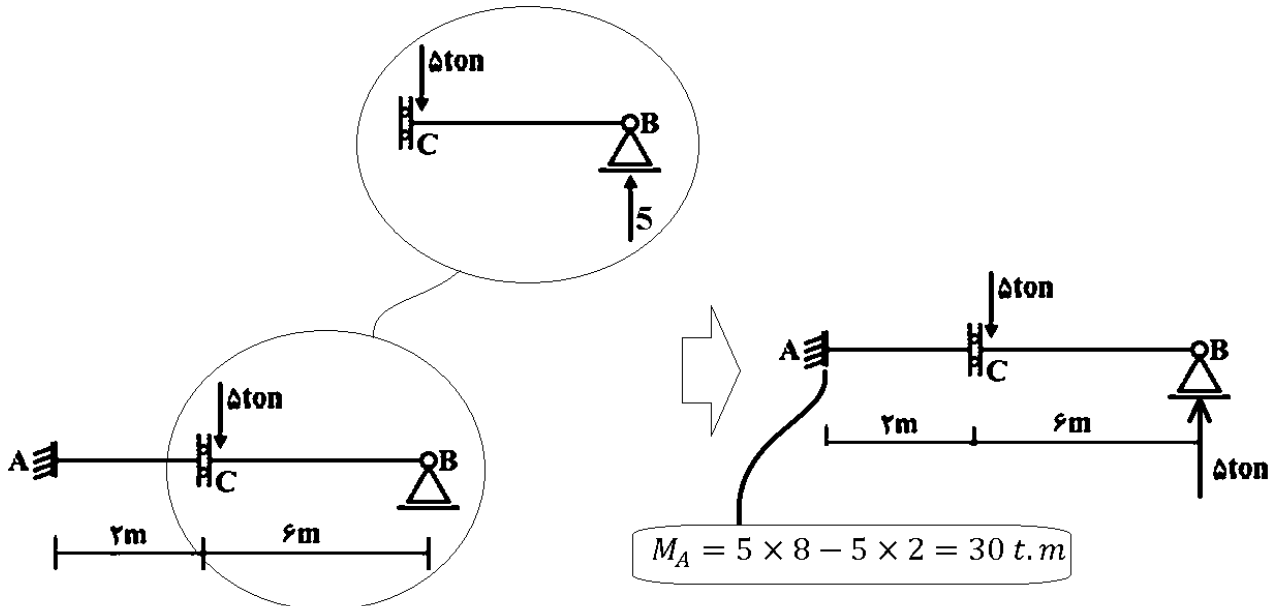
بررسی تاثیر نشست تکیه گاهی:

مولفه ای از تکیه گاه که نشست دارد را آزاد کنید و پایداری سازه را بررسی کنید:



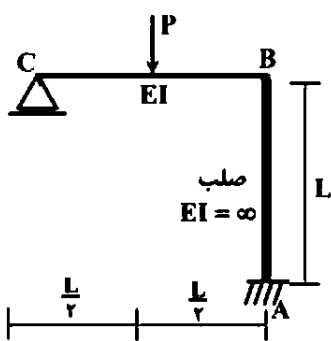
سازه ناپایدار است. بنابراین نشست تکیه گاه تاثیری بر نیروها ندارد.

بررسی تاثیر نیروی 5ton:



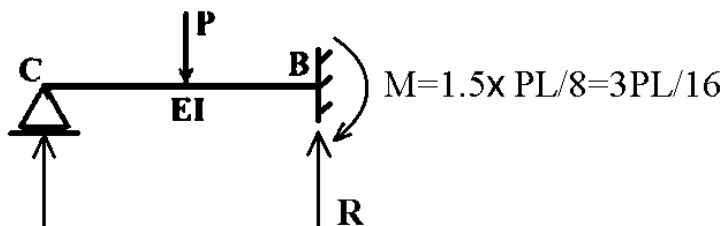
$$M_A = 5 \times 8 - 5 \times 2 = 30 \text{ t.m}$$

۱۷- در قاب مطابق شکل، نیروی محوری عضو صلب AB چه ضریبی از P می باشد؟



- (۱) $\frac{11}{16}$
- (۲) $\frac{5}{16}$
- (۳) $\frac{3}{16}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

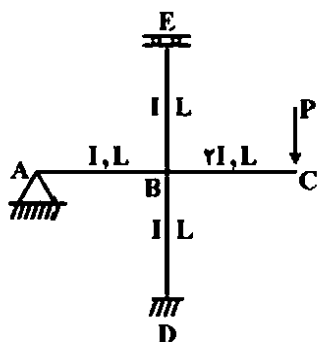
گزینه ۱



با استفاده از روابط شیب افت مقدار لنگر تکیه گاه B برابر $\frac{3PL}{16}$ بدست می آید. برای یافتن R می توان حول نقطه C لنگر گیری کرد:

$$\sum M_C = 0 \quad \rightarrow \quad RL - \frac{PL}{2} - \frac{3PL}{16} = 0 \quad \rightarrow \quad R = \frac{11}{16}P$$

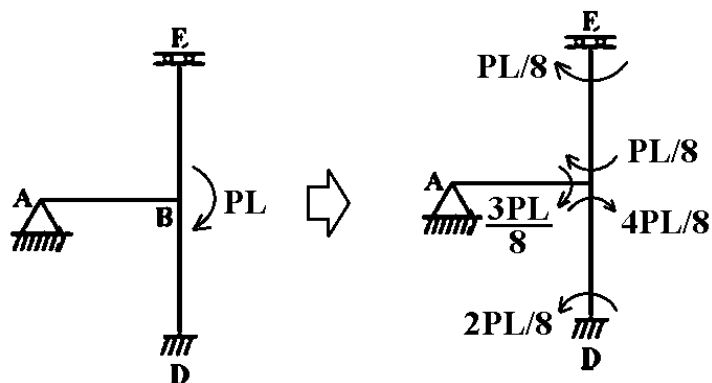
۱۸- در قاب مطابق شکل، مقدار لنگر M_{DB} چه ضریبی از PL می باشد؟



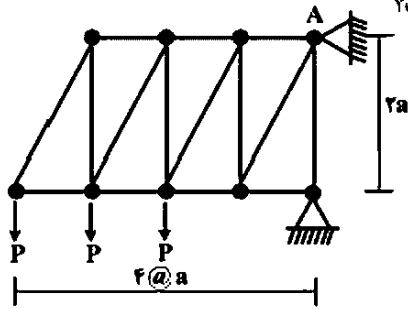
- (۱) $-\frac{1}{3}$
- (۲) $-\frac{1}{6}$
- (۳) $-\frac{1}{8}$
- (۴) $-\frac{1}{16}$

گزینه ؟

پاسخ برابر $\frac{2PL}{8} = \frac{PL}{4}$ می باشد که در گزینه ها وجود ندارد. شکل زیر حل به روش پخش لنگر را نشان میدهد. لنگر PL بین سه عضو به نسبت سختی تقسیم می شود و سپس به انتهای دور اعضا منتقل می شود:

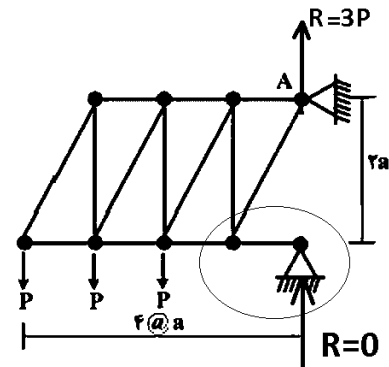
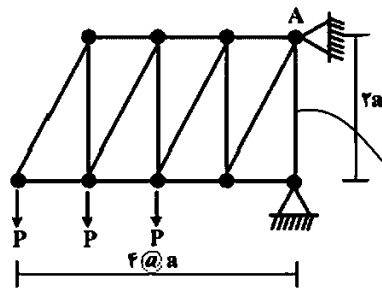


۱۹- در خرابی مطابق شکل، مقدار عکس العمل قائم تکیه گاه A کدام است؟

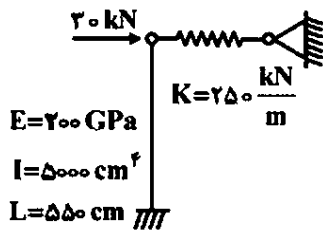


- (۱) $3P$
- (۲) $2.5P$
- (۳) $2P$
- (۴) $1.5P$

گزینه ۱



۲۰- در سیستم سازه‌ای مطابق شکل، نیروی فنر بر حسب kN کدام است؟



- (۱) 26.2
- (۲) 22.3
- (۳) 17.4
- (۴) 14.5

گزینه ۳

سختی ستون طره برابر است با:

$$\frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \times (2 \times 10^8 \text{ kPa}) (5 \times 10^{-5} \text{ m}^4)}{5.5^3} = 180 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

بنابراین سهم فنر از نیروی 30kN برابر است با:

$$F_{\text{فنر}} = \frac{250}{250 + \frac{3EI}{L^3}} \times 30 = \frac{250}{250 + 180} \times 30 = 17.44 \text{ kN}$$

